

GIOVANNA GUERRIERI HUSZAR

ESTUDO DE VIABILIDADE DE NOVOS CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO
PARA UMA EMPRESA DE ALIMENTAÇÃO SAUDÁVEL

São Paulo

2018

GIOVANNA GUERRIERI HUSZAR

ESTUDO DE VIABILIDADE DE NOVOS CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO PARA UMA
EMPRESA DE ALIMENTAÇÃO SAUDÁVEL

Trabalho de formatura apresentado a
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do diploma de
Engenheira de Produção

São Paulo

2018

GIOVANNA GUERRIERI HUSZAR

ESTUDO DE VIABILIDADE DE NOVOS CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO PARA UMA
EMPRESA DE ALIMENTAÇÃO SAUDÁVEL

Trabalho de formatura apresentado a
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do diploma de
Engenheira de Produção

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Débora Pretti
Ronconi

São Paulo

2018

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo-na-publicação

Huszar, Giovanna Guerrieri

Estudo de viabilidade de novos centros de distribuição para uma empresa de alimentação saudável / G. G. Huszar -- São Paulo, 2018.

120 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Pesquisa Operacional 2. Localização 3. Roteirização 4. Heurística
I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II. t.

AGRADECIMENTOS

À minha família que me proporcionou educação e valores, possibilitando que eu concluísse o curso de graduação, e por todo o suporte e amor recebidos em todos os momentos. Agradeço principalmente à minha mãe, Antonietta, pelo exemplo de mulher determinada e forte, que sempre me incentivou e me fez acreditar que eu conseguiria atingir meus sonhos.

À Professora Débora Pretti Ronconi, pelo curso de Pesquisa Operacional ministrado na graduação e sua dedicação. Agradeço também pela disponibilidade e paciência no desenvolvimento deste trabalho, bem como todo seu apoio e incentivo a mim como aluna, oferecendo seu suporte. À Professora também por ter sido mais um exemplo de mulher forte com quem pude aprender não só academicamente.

À Escola Politécnica e seus professores, pela competência técnica, dedicação e seriedade que contribuíram com minha formação acadêmica e meu futuro profissional, bem como todas as oportunidades oferecidas pela escola. Ao Centro Acadêmico de Engenharia de Produção e à Poli Social, os grupos de extensão dos quais fiz parte e contribuíram não só para minha formação profissional, mas como pessoa.

Ao Rafael Osaku Peduto pela companhia e por me incentivar a alcançar meus objetivos. Aos meus amigos do colégio Agostiniano Mendel, que sempre estiveram presentes ao longo da minha formação dando todo seu apoio.

A todos os amigos feitos nesse período de graduação, por todos os momentos compartilhados, aprendizados e conquistas juntos. À Cris e ao Osni que deram todo seu suporte e inúmeros conselhos ao longo do curso.

Determinação, coragem e autoconfiança são fatores decisivos para o sucesso. Se estamos possuídos por uma inabalável determinação, conseguiremos superá-los. Independentemente das circunstâncias, devemos ser sempre humildes, recatados e despidos de orgulho.

(Dalai Lama)

RESUMO

Este trabalho buscou estudar o modelo de distribuição de uma *startup* do setor de alimentação, propondo um estudo de otimização de custos logísticos das entregas realizadas diretamente ao cliente final. As análises foram concentradas nas operações da empresa na cidade de São Paulo, onde a mesma iniciou suas atividades e tem maior número de clientes. Para otimização da distribuição dos produtos da empresa considerou-se a otimização dos roteiros de entrega e estudo de viabilidade de novos centros de distribuição, obtendo um problema misto de localização e de roteirização de veículos com frota homogênea e janelas de tempo. Através de técnicas de Pesquisa Operacional, o problema foi modelado em Programação Linear Inteira Mista, buscando obter a solução exata. Entretanto, dado o caráter *NP-hard* do problema, o modelo mostrou-se inviável para a dimensão real do problema. Utilizou-se, então, uma heurística construtiva sequencial e sua eficácia foi verificada em versões reduzidas. O trabalho tem como resultado a avaliação da configuração atual da empresa e realização de análises de sensibilidade do problema. Conclui-se que o modelo de distribuição atual com a utilização de apenas um centro de distribuição é adequado para a demanda atendida. Entretanto, caso a demanda da empresa aumente ou a mesma consiga reduzir alguns custos, ter mais um centro de distribuição pode resultar em uma economia relevante nos custos de distribuição.

Palavras Chave: Pesquisa Operacional. Localização. Roteirização. Heurística.

ABSTRACT

The aim of this work is to study the distribution model of a startup in the food sector, proposing a study of optimization of logistics costs of deliveries made directly to the final customer. The analyzes were concentrated in the company's operations in the city of São Paulo, where the company started its activities and has a larger number of clients. To optimize the distribution of the company's products, it was considered the optimization of delivery routes and a feasibility study of new distribution centers, obtaining a mixed problem of location and vehicle routing with homogeneous fleet and time windows. Through Operational Research techniques, the problem was modeled in Mixed Integer Linear Programming, seeking to obtain the exact solution. However, given the NP-hard character of the problem, the model wasn't feasible for the real dimension of the problem. A sequential constructive heuristic was then used and its efficacy verified in reduced versions. The work results in an evaluation of the current configuration of the company and conducting sensitivity analyzes of the problem. It was concluded that the current distribution model with only one distribution center is adequate for the demand served. However, if the company's demand increases or they can reduce some costs, having one more distribution center can result in relevant savings in distribution costs.

Keywords: Operations Research. Location. Routing. Heuristic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Categorias de produtos e orientações de consumo	22
Figura 2: Características divulgadas pela empresa de seus produtos	23
Figura 3: Exemplos de produtos disponíveis no site da empresa	24
Figura 4: Cadeia de valor da Liv Up.....	25
Figura 5: Processo de transformação do produto	26
Figura 6: Cronograma de possibilidades de entregas feitas pela Liv Up	27
Figura 7: Mapa da representação das áreas de entrega atendidas pela Liv Up	28
Figura 8: Mapa de calor das entregas realizadas pela empresa	29
Figura 9: Clientes não atendidos pela empresa	30
Figura 10: Processo de construção de modelos	33
Figura 11: Esquemas de redes de distribuição	34
Figura 12: Taxonomia para problemas de fluxo.....	35
Figura 13: Compensação de custos no problema de localização de instalação.....	42
Figura 14: Procedimento de economia.....	44
Figura 15: Descrição do algoritmo da Heurística das economias	45
Figura 16: Descrição do algoritmo de Gillet e Miller.....	46
Figura 17: Descrição do algoritmo de Heurística K-Ótima	47
Figura 18: Mapa ilustrativo das zonas delimitadas pela empresa terceirizada.....	56
Figura 19: Representação dos pontos de clientes e depósitos utilizados para testes	61
Figura 20: Representação dos pontos de clientes e depósitos	65
Figura 21: Rotas geradas pelo método exato para 15 clientes.....	69
Figura 22: Rotas geradas pelo método exato para o problema 8.....	69
Figura 23: Descrição da Heurística adaptada para resolução do problema de localização e roteirização	76
Figura 24: Mapa de São Paulo com os pontos de CDs candidatos e depósito existente em destaque.....	83
Figura 25: Gráfico de diferenças entre custos considerando o CD 2, ao invés do atual, para a semana 1	88
Figura 26: Gráfico de diferenças entre custos considerando o CD 2, ao invés do atual, para a semana 2	88
Figura 27: Gráfico das diferenças entre custos dos cenários para semana 1.....	90
Figura 28: Gráfico das diferenças entre custos dos cenários para semana 2.....	90
Figura 29: Diferenças entre configuração atual e configuração com o CD2, considerando o aumento da demanda.....	97
Figura 30: Diferenças entre configuração atual e configuração com dois CDs, considerando o aumento da demanda.....	98
Figura 31: Diferenças entre configuração atual e configuração com três CDs, considerando o aumento da demanda.....	99
Figura 32: Gráfico das diferenças entre custos dos cenários para as duas semanas analisadas, considerando redução de 50% no custo de utilização.....	100
Figura 33: Diferenças entre cenários 1 e 2, considerando o aumento da demanda e redução de 50% no custo de utilização	101
Figura 34: Diferenças entre cenários 1 e 3, considerando o aumento da demanda e redução de 50% no custo de utilização	101

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Custos de entrega por zona de chegada	56
Tabela 2: Taxas de retorno por zona de saída	57
Tabela 3 - Exemplo de matriz custo 4x4.....	57
Tabela 4: Fatores médios de circuito em alguns países	59
Tabela 5: Dados e soluções obtidas nos testes 1 e 2	62
Tabela 6: Dados e soluções obtidas nos testes 3	62
Tabela 7: Dados e soluções obtidas nos testes 4 e 5.....	63
Tabela 8: Dados inseridos no CPLEX	64
Tabela 9: Matriz tempo	65
Tabela 10: Matriz custo referente ao CD0	66
Tabela 11: Matriz custo referente ao CD1	66
Tabela 12: Matriz custo referente ao CD2	67
Tabela 13: Dados inseridos em CPLEX e tempo computacional.....	67
Tabela 14: Soluções geradas pelo método em CPLEX.....	68
Tabela 15: Comparação entre a solução real e solução obtida através da heurística.....	79
Tabela 16: Comparação entre soluções ótimas e soluções obtidas pela heurística para conjuntos diferentes de 12 clientes e 3 centros de distribuição	80
Tabela 17: Impacto do parâmetro α na eficácia do algoritmo para o conjunto de pontos 10 ..	81
Tabela 18: Impacto do parâmetro α na eficácia do algoritmo para o conjunto de 15 clientes .	82
Tabela 19: Número de entregas por dias das semanas e média.....	84
Tabela 20: Comparação do custo da configuração atual e a solução obtida pelo algoritmo para semana 1	85
Tabela 21: Comparação do custo da configuração atual e a solução obtida pelo algoritmo para semana 2	86
Tabela 22: Comparação do custo da configuração atual e o custo para distribuição a partir do CD 2	87
Tabela 23: Comparação do custo de um CD aberto e o custo de dois CDs abertos para semana 1	89
Tabela 24: Comparação do custo de um CD aberto e o custo de dois CDs abertos para semana 2	89
Tabela 25: Áreas com entrega restrita e seu comportamento de demanda	92
Tabela 26: Comparação entre configuração atual e a solução da heurística, considerando a demanda reprimida.....	92
Tabela 27: Comparação entre configuração atual e configuração com CD 2, considerando a demanda reprimida.....	93
Tabela 28: Comparação entre cenários, considerando a demanda reprimida	93
Tabela 29: Número de entregas, ticket médio e fator de inserção por região	96
Tabela 30: Resultados das simulações de crescimento de demanda	97
Tabela 31: Análise de VPL para economia obtida com o crescimento da demanda	99
Tabela 32: Análise de VPL em 5 anos de acordo com a redução de custos por período.....	102

LISTA DE SIGLAS

CD	Centro de distribuição
CRM	<i>Customer relationship management</i>
CXM	<i>Customer experience management</i>
LRP	<i>Location-Routing Problem</i>
LLRP	<i>Latency Location-Routing Problem</i>
NP	<i>Non polynomial</i>
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PRV	Problema de roteamento de veículos
PRVJT	Problema de Roteamento de veículos com janelas de tempo

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	19
2. DESCRIÇÃO DA EMPRESA E DO PROBLEMA.....	21
2.1. Empresa e História.....	21
2.2. Produtos e Mercado	22
2.3. Cadeia de valor	24
3. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	27
3.1. Logística atual e definição do problema	27
3.2. Escopo e Objetivo do Estudo	31
4. REVISÃO DA LITERATURA	33
4.1. Introdução à Modelagem de Problemas de Localização e Roteirização de Veículos	33
4.2. Método Exato	36
4.3. Método Heurístico	41
5. MODELAGEM DO PROBLEMA.....	49
5.1. Considerações sobre o problema	49
5.2. Formulação matemática	50
5.3. Detalhamento do modelo	52
6. LEVANTAMENTO DE DADOS	55
6.1. Número de clientes e suas demandas.....	55
6.2. Localização de centros de distribuição candidatos, custo de utilização e custo de coleta de pedidos	55
6.3. Custo de transporte entre nós	55
6.4. Capacidade e Número de veículos.....	58
6.5. Tempo de deslocamento e de serviço	58
6.6. Janela de entrega e Solicitação da máquina de cartão	60
7. IMPLEMENTAÇÃO DA SOLUÇÃO	61
7.1. Testes preliminares	61
7.2. Resolução do problema com dados reais	63
8. MÉTODO HEURÍSTICO DE RESOLUÇÃO	71
8.1. Desenvolvimento do algoritmo	71
8.2. Implementação do Método Heurístico	75

8.3. Validação do Método Heurístico	78
9. ANÁLISE DOS RESULTADOS	83
9.1. Solução obtida	83
9.2. Análises de sensibilidade	91
10. CONCLUSÃO	103
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	105
APÊNDICE A – MODELAGEM DO PROBLEMA EM CPLEX OPL	107
APÊNDICE B – MODELAGEM DA HEURÍSTICA.....	111

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho será abordado um estudo de otimização de custos logísticos, mais especificamente, das entregas realizadas por uma *startup* do setor de alimentação, *Liv Up*. A empresa em questão é responsável por todo o processo de produção até a entrega diretamente ao cliente final de refeições saudáveis ultracongeladas. A autora realizou estágio profissional de 7 meses na empresa, passando tanto pela área de produção, quanto pela área administrativa. Nessa experiência teve conhecimento de como são as operações no modelo atual e das dificuldades encontradas frente ao crescimento acelerado da empresa.

Fundada em 2015, só teve suas operações de fato iniciadas em 2016, passando por um processo de idealização do modelo de negócio e validação do mesmo no mercado. A partir do seu desenvolvimento e investimentos por terceiros, a *Liv Up* está em um momento de crescimento muito acelerado, ganhando escala e necessitando cada vez mais otimizar seus processos. Essa fase de transição entre uma *startup* e uma empresa madura é de grande incerteza e tem-se como objetivo auxiliar no processo de decisão de investimentos futuros.

A motivação deste trabalho é avaliar a viabilidade de novos centros de distribuição, além do único já existente na cidade de São Paulo, a fim de ajudar nos processos de escalabilidade e com uma otimização dos custos de entrega. Atualmente, as operações logísticas representam 10% dos custos da *Liv Up*. E é um ponto de bastante atenção visto que a área de entrega é limitada, não atendendo toda a demanda existente.

O estudo caracteriza-se, portanto, como um problema misto de localização e roteirização de veículos que trata da junção de dois problemas clássicos de alta complexidade. Por ser bastante complexo foram utilizadas técnicas de pesquisa operacional que permitissem a obtenção de soluções de boa qualidade de maneira rápida e de fácil implementação.

Este trabalho é estruturado em 9 capítulos. O capítulo atual apresenta uma introdução ao contexto em que se desenvolveu o trabalho e sua motivação.

Os dois capítulos seguintes apresentarão com maiores detalhes a empresa a ser estudada e sua situação atual, além do problema a ser abordado.

O Capítulo 4 reunirá uma revisão da literatura sobre os tópicos de otimização de rotas e de problemas de localização, ambos abordados neste trabalho.

No Capítulo 5 desenvolve-se a modelagem matemática do problema, detalhando a função objetivo, bem como suas restrições.

Os Capítulos 6 e 7 serão dedicados à resolução do problema, apresentado também a metodologia de coleta e tratamento de dados. Além disso serão analisados os resultados e aplicabilidade do método exato de resolução.

O Capítulo 8 apresentará o método heurístico desenvolvido para solução do problema, bem como sua validação.

No Capítulo 9 serão apresentados os resultados obtidos através do método heurístico e, será então, realizado um estudo de sensibilidade e viabilidade de implantação da solução.

Por fim, o trabalho se encerrará com as conclusões dos estudos realizados, bem como seus aprendizados.

2. DESCRIÇÃO DA EMPRESA E DO PROBLEMA

Neste capítulo, apresenta-se a empresa na qual o trabalho será realizado, a *Liv Up*. Inicialmente será introduzida a história da criação da mesma e como é seu modelo de negócio atualmente. Em seguida, serão apresentados com mais detalhes os produtos e o mercado no qual está inserida. Então, será apresentada a cadeia de valor da empresa e o processo de transformação da matéria prima.

2.1. Empresa e História

Idealizada inicialmente por dois engenheiros de Produção formados na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, a *Liv Up* Comércio de Alimentos LTDA teve suas atividades de fato iniciadas em abril de 2016. É uma *startup* de alimentação saudável que surgiu com o objetivo de oferecer uma solução prática, sem deixar de ser saborosa, para a alimentação do dia a dia nas grandes cidades.

O modelo de negócio se baseia na produção, venda e entrega a domicílio de refeições ultracongeladas, viabilizando a produção centralizada e maior conservação dos alimentos. A venda dos produtos é majoritariamente realizada pelo *site*, podendo-se efetuar compras também direto nos centros de distribuição de cada cidade onde há entrega. Já o ultracongelamento é um processo que congela o alimento muito mais rápido que um *freezer* comum, evitando a formação de macrocristais de água no alimento, ou seja, garantindo o sabor e a textura do mesmo e uma validade de 6 meses. A empresa quer ser reconhecida por oferecer uma alimentação saudável e prática, sendo apenas necessário aquecer e estará pronta para ser consumida, conforme explicitado na Figura 1.

Figura 1: Categorias de produtos e orientações de consumo



Fonte: Site da Liv Up

A empresa teve um investimento inicial de 20 investidores anjo, ou seja, efetuados por pessoas físicas com seu capital próprio, que eram amigos dos fundadores. No meio de 2017, recebeu um aporte de 5 milhões de reais da *Kaszek Ventures*, um fundo de capital, que teve como objetivo a expansão do negócio, migrando de uma cozinha de 50 metros quadrados para uma cozinha industrial de 800 metros quadrados, além de ter seu centro de distribuição e sua administração ampliados. Em 2017, atingiu a quantidade de 100 funcionários. Atualmente, além da capital paulista, distribui seus produtos diretamente ao cliente final na cidade do Rio de Janeiro e na capital mineira, Belo Horizonte.

2.2. Produtos e Mercado

O mercado em que a *Liv Up* está inserida vem crescendo muito nos últimos anos. De acordo com um estudo da agência de pesquisa *Euromonitor* Internacional, apresentada na reportagem “Segmento de alimentação saudável apresenta oportunidades de negócio” do site do Sebrae, o mercado de alimentação ligado à saúde e ao bem-estar cresceu 98% no país de 2009 a 2014. O setor de alimentação saudável já movimenta US\$ 35 bilhões por ano no Brasil e é o quarto maior mercado do mundo.

Também segundo a *Euromonitor* Internacional, em reportagem no site Portal do *franchising* sobre “Mercado de alimentação sem conservantes cresce no Brasil”, até o ano de 2021 o mercado de alimentação saudável no Brasil deve crescer, em média, 4,41% anualmente.

Dados da reportagem do *site* do Sebrae já citada mostram que, para 28% dos brasileiros, consumir alimentos nutricionalmente ricos é muito importante. Além disso, 22% da população opta por comprar alimentos naturais e sem conservantes. Nesse contexto, a empresa se destaca utilizando grande parte de ingredientes orgânicos sem nenhuma adição de produtos químicos, promovendo alimentos saudáveis e sem conservantes, conforme Figura 2. O Sebrae (<http://www.sebrae.com.br>) aponta a área como uma das mais promissoras para 2018.

Figura 2: Características divulgadas pela empresa de seus produtos



Fonte: Site da Liv Up

Além disso, o estudo *The Top 10 Consumer Trends for 2017*, também da Euromonitor Internacional, apresentado na reportagem “Mercado de alimentos naturais continua a crescer no Brasil” do *site* do G1 Globo, reforçou a tendência mundial das pessoas de buscarem alimentos mais saudáveis, em que 79% dos participantes globais dizem substituir alimentos “convencionais” por versões mais nutritivas.

A *Liv Up* oferece um cardápio com mais de 100 combinações, com produtos distribuídos em 6 diferentes categorias, com alternativas também para pessoas com restrições alimentares. Algumas opções podem ser observadas na Figura 3.

Figura 3: Exemplos de produtos disponíveis no site da empresa



Fonte: Elaborado pela autora

As 6 categorias disponíveis são:

- Proteínas: na imagem, Frango ao molho *Brie*
- Carboidratos: por exemplo, Risoto de limão siciliano
- Vegetais: *Mix* de legumes no vapor que leva como ingredientes brócolis, couve-flor e cenoura
- Massas e molhos: Ravióli integral de muçarela de búfala com Molho *Cassé*
- Salgados e doces: na imagem, Bolinho de cenoura com gotas de chocolate, mas possui diversas opções salgadas como Pão de queijo com chia e linhaça
- *Snacks*: categoria mais recente, lançada apenas em 2018, que envolve diversos tipos de *mix* de castanhas

Existem opções de pratos formados por porções individuais congeladas e embaladas, mas também *kits* de refeições para 7 ou 14 dias.

2.3. Cadeia de valor

Por ser uma empresa jovem com perfil de *startup*, tem um nível organizacional bastante horizontal. Entretanto, há uma divisão de áreas conforme identificadas na Figura 4 e serão explicadas em seguida:

Figura 4: Cadeia de valor da Liv Up



Fonte: Elaborado pela autora

- **Produção:** planejamento e controle da produção, área operacional localizada na cozinha central, onde os ingredientes são transformados em refeições e congelados na sequência, otimização da produção.
- **Marketing:** área responsável pela divulgação *online* e *offline* da marca, atração e retenção de clientes.
- **Logística e Expedição:** área responsável pelo planejamento das entregas, de acordo com os limites por período e roteirização das entregas, pelo *picking* de pedidos, conferência e gestão do estoque.
- **Compras:** área é responsável pela seleção de receitas e ingredientes e suas proporções, além do controle da qualidade dos itens produzidos, relacionamento com os fornecedores e gestão de estoque de matéria prima.
- **CXM (Customer Experience Management):** área responsável pela interação e relacionamento com o cliente, com ferramentas de CRM (*Customer Relationship Management*), e mapeamento de pontos de conflito com estes.
- **Business Intelligence:** área responsável pela análise do crescente volume de dados para suporte à gestão do negócio.
- **Tecnologia:** área responsável pelo desenvolvimento da programação e suporte de sistemas de informação, como o *website* e o banco de dados.
- **Administrativo:** área responsável pela contabilidade, finanças e gestão de recursos humanos.

O Processo inicia-se pela transformação da matéria prima em produto acabado, conforme fluxo da Figura 5, realizado na cozinha industrial da empresa. Seguindo as receitas pré-definidas, é adicionado valor aos ingredientes, transformando-os em refeições ultracongeladas, até ser transferido para o estoque no centro de distribuição e entregue ao cliente.

Figura 5: Processo de transformação do produto



Fonte: Elaborado pela autora

3. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Este capítulo fornece uma breve descrição da situação atual da *startup* na qual o trabalho foi realizado. Será abordada a operação logística atual detalhada, assim como os problemas encontrados. Por fim, o objetivo e escopo deste trabalho são definidos de forma clara.

3.1. Logística atual e definição do problema

Atualmente, o time administrativo de logística, responsável pelo planejamento e controle das atividades, é formado por 3 pessoas, um analista e dois estagiários. Eles são responsáveis pelo abastecimento e controle de estoque nos centros de distribuição, controle das atividades de *picking* e embalagem de pedidos, bem como roteirização das entregas e expedição das mesmas. Além dessas atividades operacionais, são responsáveis por decisões mais estratégicas como avaliação da capacidade da mão de obra, do espaço físico para estoque e para pedidos já separados, entre outras coisas.

Ao realizar a compra no *site*, o cliente pode escolher entre os períodos verdes na Figura 6 para receber seu pedido. As entregas podem ser realizadas em 3 períodos possíveis de segunda a sábado. Existem algumas variações de dias e horários disponíveis de acordo com a cidade e o endereço do cliente. O cronograma da Figura 6 vale para a cidade de São Paulo. Para as áreas onde são realizadas entregas todos os dias, se o cliente finalizar a compra até às 20h de um dia, poderá receber a partir do dia seguinte no período da manhã. Se finalizar até às 11h, consegue agendar para o período da tarde do mesmo dia, e, se finalizar a compra até às 14h, para o período da noite.

Figura 6: Cronograma de possibilidades de entregas feitas pela Liv Up

	Segunda feira	Terça feira	Quarta feira	Quinta feira	Sexta feira	Sábado
Manhã (9h às 12h)						
Tarde (14h às 17h)						
Noite (19h às 22h)						

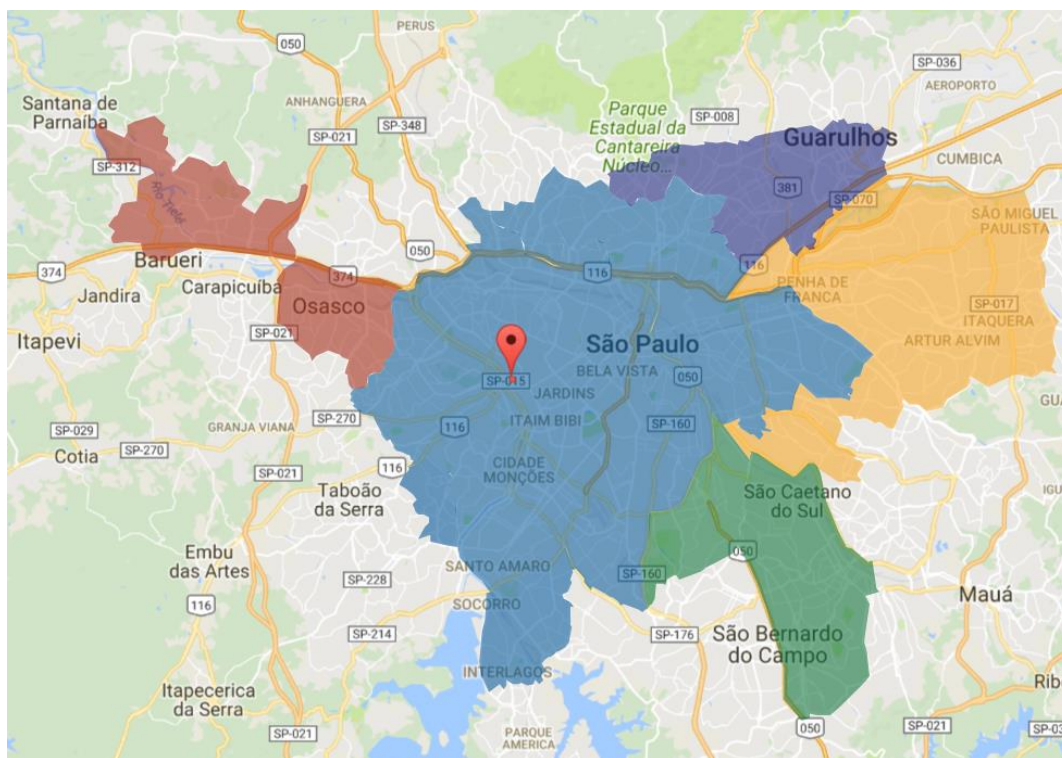
Fonte: Elaborado pela autora

Como a empresa quer oferecer flexibilidade e uma experiência com qualidade para os clientes, muitas alterações são realizadas pelo time de CXM em atendimento a solicitações de clientes. Por isso, as roteirizações são feitas poucas horas antes de as entregas de fato serem expedidas.

Atualmente em São Paulo, a empresa possui um centro de distribuição localizado no bairro de Pinheiros, na zona oeste, sinalizado na Figura 7, onde também pode ser observada a

área de entrega atendida pela empresa na cidade em questão. Entretanto, não são realizadas entregas em qualquer dia da semana em todas as áreas possíveis. Apenas na área azul elas são realizadas diariamente, implicando um prazo de entrega para os clientes de, no máximo, um dia.

Figura 7: Mapa da representação das áreas de entrega atendidas pela Liv Up



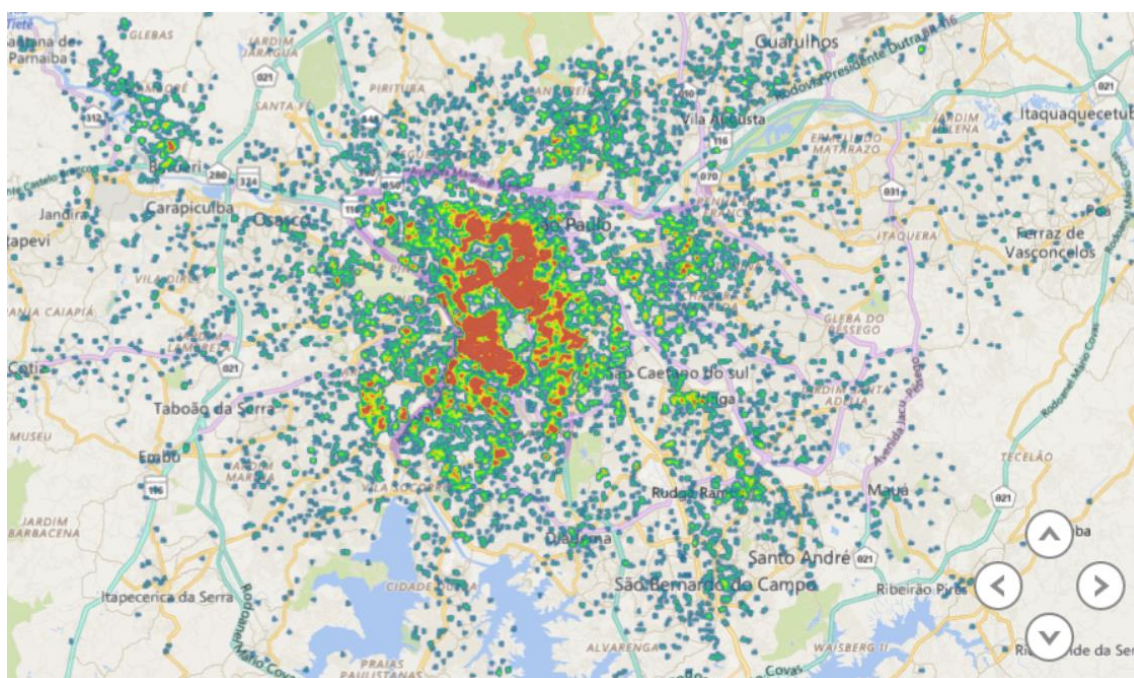
Fonte: Site da Liv Up

Por outro lado, nas outras áreas, as entregas são realizadas apenas em alguns dias da semana. Na área verde a empresa faz entregas às segundas e quartas, já na laranja, às segundas e quintas, e nas áreas vermelha e roxa às terças e quintas-feiras. Isso pode aumentar o prazo de entrega para até 5 dias, o que deixa a compra menos atrativa, visto que se trata do setor de alimentação.

Portanto, no momento da compra, o *site* disponibiliza os dias e horário possíveis para um determinado endereço, de acordo com as restrições que foram mencionadas acima. Assim, um relatório de entregas do período é gerado e a roteirização é feita por um programa que respeita as janelas de tempo de entrega, bem como a necessidade de enviar a máquina de cartão para pedidos que o pagamento será feito no ato da entrega. Os pedidos que já estão separados são então levados pelo time de operação da expedição até os respectivos entregadores para os quais foram alocados.

A Figura 8 mostra que, de fato, há uma certa concentração de entregas em algumas regiões para a cidade de São Paulo. Grande parte das entregas encontra-se na área azul da Figura 7 acima. É importante que essas áreas onde a quantidade de entregas é elevada estejam o mais próximo possível dos centros de distribuição, impactando um menor custo logístico para *Liv Up*. Sendo assim, o mapa de calor foi levado em consideração pela empresa no levantamento de pontos candidatos a novos centros de distribuição.

Figura 8: Mapa de calor das entregas realizadas pela empresa



Fonte: Fornecido pela empresa

Apesar dessa grande concentração de pedidos nas áreas mais centrais de São Paulo, nem toda a demanda é atendida. Na Figura 9 podem ser observados os pontos de localização de clientes que já tentaram realizar compras no *site*, porém não foi permitido cadastrar seu endereço como endereço de entrega.

elevado crescimento da empresa, buscar ganhos financeiros nas operações é de extremo interesse.

3.2. Escopo e Objetivo do Estudo

A proposta deste estudo é avaliar a implantação de um ou, possivelmente, mais novos *hubs* (centro de distribuição) em São Paulo para a *Liv Up*, uma empresa de refeições ultracongeladas, a fim de diminuir os custos logísticos e, possivelmente, viabilizar a ampliação do nível de serviço oferecido pela empresa.

Visto que a empresa é nova, porém com um alto crescimento, os responsáveis pelas entregas já notaram que a situação atual com apenas um centro de distribuição pode se tornar inviável, além de implicar altos custos de logística. Sendo assim, um estudo sobre a viabilidade e localização de um novo CD deverá ser feita em um futuro próximo. Considerando também que a empresa se encontra em um processo de expansão para outras cidades, é interessante o desenvolvimento de uma metodologia documentada sobre como encontrar o melhor cenário possível, ou seja, uma rede de distribuição que maximize o lucro, atendendo maior demanda possível e diminuindo os custos logísticos.

4. REVISÃO DA LITERATURA

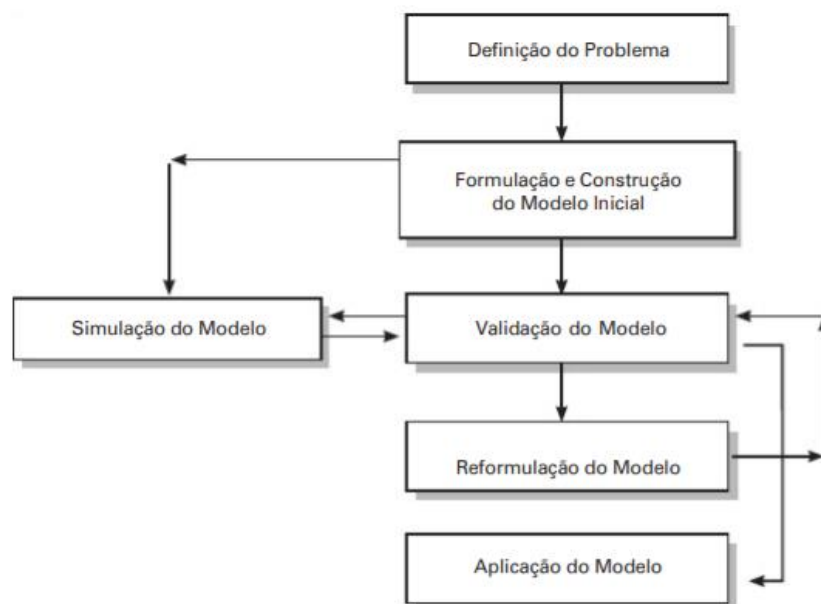
Neste capítulo é apresentado uma revisão da literatura dos problemas tratados neste trabalho, ou seja, de localização, de roteirização de veículos e da combinação destes. Procura-se compreender a visão dos principais autores, apresentando a relevância e complexidade do mesmo.

Serão apresentados também os principais métodos de resolução para estes problemas desenvolvidos por pesquisadores do assunto, abrangendo métodos exatos e heurísticos, dada a alta complexidade computacional da questão. Será, então, utilizada essa literatura científica como base para posterior formulação matemática do problema e sua resolução.

4.1. Introdução à Modelagem de Problemas de Localização e Roteirização de Veículos

Segundo Goldbarg e Luna (2005), é possível resumir o processo de modelagem de um problema em alguns passos. “A definição do problema é uma das fases mais importantes do processo e compreende a clara percepção do desafio colocado. O problema deve ser traduzido em elementos palpáveis englobando objetivos, variáveis de decisão ou controle e níveis de detalhe”. A partir da Figura 10 é possível perceber a alta complexidade do desenvolvimento de um modelo e entende-se a importância da validação do mesmo em relação ao problema inicial.

Figura 10: Processo de construção de modelos

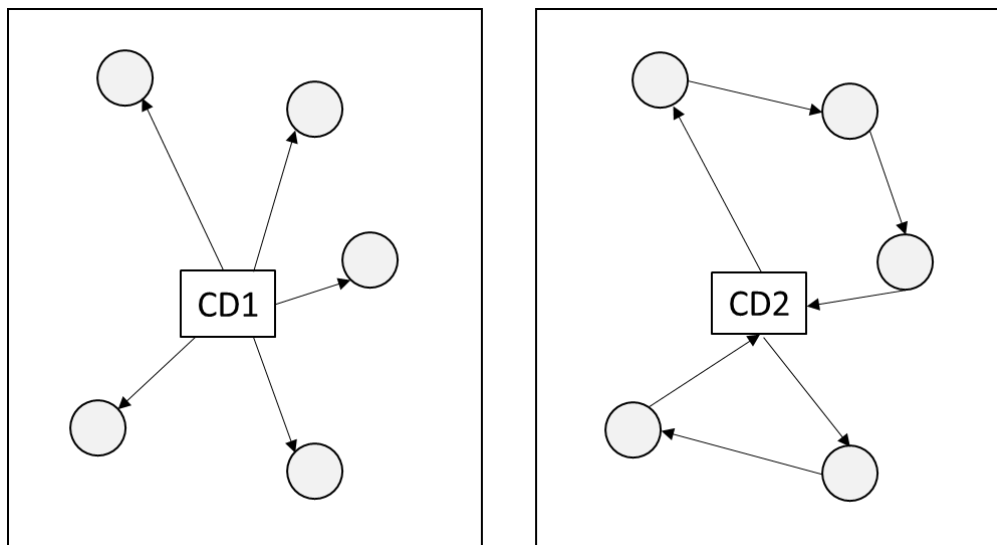


Fonte: Goldbarg; Luna, 2005

Os problemas de localização e roteirização são clássicos da pesquisa operacional. Segundo Ballou (2006), o transporte representa normalmente entre um e dois terços dos custos logísticos totais. Por isso mesmo, aumentar a eficiência por meio da máxima utilização dos equipamentos e pessoal de transporte é uma das maiores preocupações do setor. Bodin (1983) mostra que a distribuição física dos produtos contribui com cerca de 16% do custo final do item.

Segundo Koç *et al.* (2016), o *design* das redes de distribuição é crítico porque geralmente requer um grande investimento e a localização de depósitos e definição de rotas são os fatores que mais influenciam esse processo. No clássico problema de localização de instalações (Balinski, 1965), assume-se que cada cliente é servido individualmente, o que faz sentido quando a demanda do cliente é próxima da capacidade do veículo, como é o caso do CD 1 na Figura 11 abaixo. Caso contrário, como em situações igual ao CD 2 da Figura 11, o Problema de Localização e o Problema de Roteamento de Veículos devem ser resolvidos em conjunto. Combinar esses problemas deu origem à pesquisa do chamado *Location-Routing Problem* (LRP).

Figura 11: Esquemas de redes de distribuição



Fonte: Elaborado pela autora

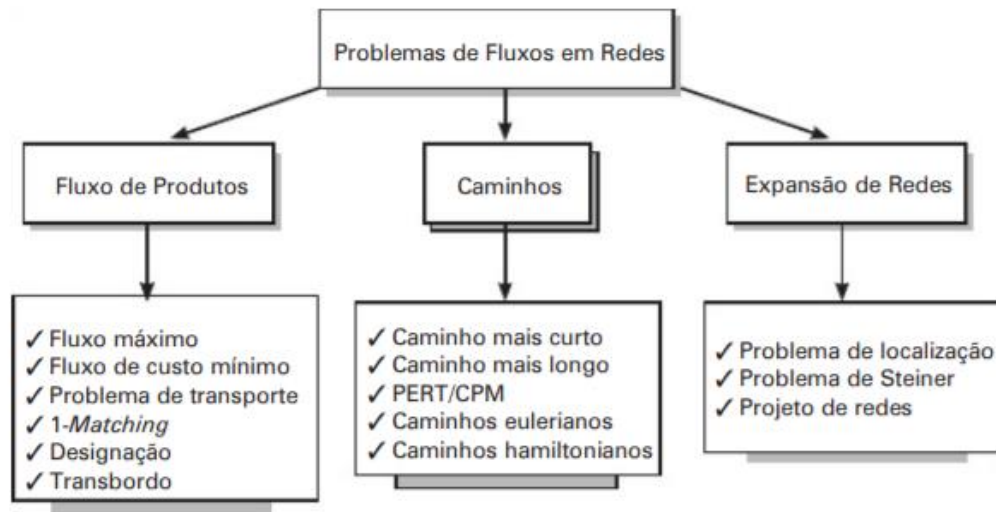
Segundo Daskin (1995), a combinação desses dois problemas é de difícil solução pois muito mais decisões precisam ser tomadas pelo modelo. Segundo o autor essas decisões incluem:

- I. Quantas instalações devo abrir;
- II. Onde localizar tais instalações;
- III. Quais clientes devo atribuir a quais instalações;
- IV. Quais clientes devo atribuir a quais rotas;

V. Em qual ordem os clientes devem ser atendidos dentro de uma mesma rota.

Goldbarg e Luna (2005) definem os problemas de fluxo como um processo de otimização da distribuição de produtos originados em pontos de oferta e consumidos em pontos de demanda dentro de uma rede de interligações possíveis, permitindo também pontos intermediários. Podem ser classificados conforme a Figura 12:

Figura 12: Taxonomia para problemas de fluxo



Fonte: Goldbarg; Luna, 2005

Entende-se que serão tratados problemas de Fluxo de Produtos e de Expansão de Redes, mais especificamente como de transporte e de localização.

Segundo Arenales *et al.* (2007), “problemas de roteamento de veículos envolvem o projeto de rotas de entrega de custo mínimo, partindo de um ou mais depósitos para um número de clientes, sujeito a restrições adicionais.” Ou então, segundo Goldbarg e Luna (2005), abordam basicamente a determinação de sequências de visitas que objetivem atender a uma determinada função objetivo. “Esse tipo de problema tem um papel fundamental na área de gerenciamento da distribuição e logística”. Já a localização de facilidades é um aspecto bastante crítico do planejamento estratégico de empresas privadas e públicas. “Em diversas situações, (...) as decisões da localização de facilidades e de designação de clientes a facilidades são feitas simultaneamente.”

Segundo Melo *et al.* (2009) um problema geral de localização de instalações envolve um conjunto de clientes e um conjunto de instalações. Além disso, distâncias, tempos ou custos entre clientes e as instalações são medidas por uma dada métrica. Possíveis perguntas a serem respondidas são:

(i) Quais instalações devem ser usadas (abertas)?

(ii) Quais clientes devem ser atendidos a partir de qual instalação (ou instalações) para minimizar os custos totais?

De acordo com ReVelle e Eiselt (2005) existem 4 características principais para o problema de localização:

- I. Os clientes, que já estão localizados em seus pontos ou rotas;
- II. As instalações que deverão ser localizadas;
- III. O espaço em que os clientes e as instalações estão localizadas;
- IV. Uma medida de distância ou tempo entre os clientes e as instalações

Segundo Daskin (1995), apesar de existirem fatores qualitativos externos que influenciam na decisão de localização, o problema de localização é um fator crítico para empresas. Modelos matemáticos permitem que possamos quantificar impactos de variáveis qualitativas e o processo de modelagem (determinar objetivo, restrições e coletar dados) geralmente melhora a decisão.

Sendo assim, para resolução dos problemas tratados neste trabalho, existem dois possíveis métodos de otimização que serão apresentados a seguir: exatos e heurísticos.

4.2. Método Exato

Os métodos exatos garantem a solução ótima. Pode-se partir do clássico problema de roteamento de veículos (PRV), o qual pode ser modelado utilizando o modelo de programação linear inteira mista de Fisher e Jaikumar (1981) descrito a seguir.

Parâmetros:

- i : Nó de origem, sendo que $i = 1$ indica o depósito
- j : Nó de destino
- n : Número total de nós do problema
- m : Número total de veículos utilizados
- K : Conjunto de veículos utilizados
- q_i : Demanda de uma entrega ao cliente i
- Q_k : Capacidade do veículo k
- c_{ij} : Custo de percorrer o trecho de i a j

Variáveis de decisão:

- x_{ijk} : 1, se cliente j é atendido após cliente i pelo veículo k ; 0, caso contrário
- y_{ik} : 1, se cliente i é visitado pelo veículo k ; 0, caso contrário

Função objetivo:

$$\min \sum_{(i,j)} c_{ij} \sum_{k \in K} x_{ijk} \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in K} y_{ik} = 1, \quad i = 2..n \quad (4.2)$$

$$\sum_{k \in K} y_{1k} = m \quad (4.3)$$

$$\sum_i q_i y_{ik} \leq Q_k, \quad k = 1 \dots m \quad (4.4)$$

$$\sum_i x_{ijk} = \sum_j x_{ijk} = y_{ik}, \quad i = 1 \dots n, k = 1 \dots m \quad (4.5)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset \{2 \dots n\}, k = 1 \dots m \quad (4.6)$$

$$y_{ik}, x_{ijk} \in \{0,1\} \quad (4.7)$$

O conjunto de equações (4.1) representam a função objetivo, que visa minimizar a soma dos custos de deslocamento entre arcos de clientes ij por todos os veículos utilizados. As restrições (4.2) asseguram que cada cliente não seja visitado por mais de um veículo. As restrições (4.3) garantem que o depósito recebe uma visita de todos os veículos. As restrições (4.4) determinam que a capacidade dos veículos não seja ultrapassada. As restrições (4.5) garantem que os veículos não parem suas rotas em um cliente, ou seja, conservação dos fluxos. Por fim, as restrições (4.6) são as tradicionais restrições de eliminação de *subtours*.

Esta modelagem foi estudada por diversos autores. Arenales *et al.* (2007) também apresenta o modelo de PLIM para roteamento de veículos. Segundo os autores, utiliza-se como conjuntos, que representam os clientes e 0 e $n+1$ os depósitos, $N = C \cup \{0, n+1\}$, $C = \{1, \dots, n\}$. Já no conjunto $E = \{(i,j): i,j \in N, i \neq j, i \neq n+1, j \neq 0\}$ os arcos são associados aos nós, sendo que todas as rotas começam em 0 e terminam em $n+1$. A literatura então define os seguintes parâmetros, variáveis e restrições para esse caso.

Parâmetros:

- c_{ij} : Custo de locomoção do cliente i ao cliente j
- t_{ij} : Tempo de viagem do nó i ao nó j , incluído o tempo de serviço do cliente i
- d_i : Demanda de uma entrega ao cliente i
- K : Conjunto de veículos idênticos disponíveis
- Q : Capacidade do veículo k
- D : Tempo limite de viagem para cada rota

Variáveis de decisão:

- x_{ijk} : 1, se cliente j é atendido após cliente i pelo veículo k ; 0, caso contrário

Função objetivo:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} \cdot x_{ijk} \quad (4.8)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in E} x_{ijk} = 1, \forall i \in C \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in E} x_{ijk} \leq Q, \forall k \in K \quad (4.10)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in E} t_{ij} x_{ijk} \leq D, \forall k \in K \quad (4.11)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0jk} = 1, \forall k \in K \quad (4.12)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0, \forall h \in C, \forall k \in K \quad (4.13)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in K \quad (4.14)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, S \subset C, 2 \leq |S| \leq \frac{n}{2}, \forall k \in K \quad (4.15)$$

$$x \in B^{K|E|} \quad (4.16)$$

A fórmula (4.8) representa a função objetivo que visa minimizar o custo total das rotas. O conjunto de restrições (4.9) garante que cada cliente seja atendido por um único veículo e o conjunto (4.10) impõe que a demanda total dos clientes atendidos pelo veículo respeite a capacidade do mesmo.

O conjunto de restrições (4.11) garante que a duração total da rota não ultrapasse o limite definido por D . Os conjuntos de restrições (4.12) a (4.14) são de fluxo em rede, exigindo que cada veículo parta do depósito ($i = 0$) somente uma vez, os veículos que deixam o nó h devem ter entrado nesse nó e retornar ao depósito ($j = N+1$) apenas uma vez. O conjunto de restrições (4.14) é redundante, como afirmado pelo autor, mas é mantido para enfatizar o retorno ao nó $N+1$. O conjunto de restrições (4.15) garante que, para cada subconjunto de clientes S , não se forme um trajeto fechado (subrota) passando por esses clientes. É fácil perceber que à medida que N aumenta, o número de subconjuntos de S aumenta consideravelmente, o que justifica a alta complexidade computacional do problema e (4.16) indica que são variáveis binárias.

Arenales *et al.* (2007) também considerou uma extensão do problema em que as entregas de cada cliente deveriam respeitar uma determinada janela de tempo $[a,b]$, o chamado Roteamento de veículos com janelas de tempo (PRVJT). Para essa formulação matemática foram acrescentados no modelo PRV as seguintes variável e restrições, respectivamente.

s_{ik} : instante em que o veículo k começa a atender o cliente i

$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i, \quad \forall i \in N - \{0\}, \forall k \in K \quad (4.17)$$

$$s_{ik} + t_{ij} \leq s_{jk} + M_{ij}(1 - x_{ij}^v) \quad \forall (i,j), M_{ij} = \max \{b_i + t_{ij}, 0\} \quad (4.18)$$

O primeiro conjunto de restrições quando adicionadas garantem que todas as janelas de tempo sejam respeitadas. E o segundo conjunto determina que se o veículo k deixou o nó i em direção ao nó j , então não pode chegar no ponto j antes de $b_i + t_{ij}$. Com isso, não se fazem mais necessárias as restrições (4.11) referente à duração total da rota e a (4.15) de eliminação de subrotas.

Já para formulação do problema de roteamento de veículos com múltiplos depósitos, segundo Arenales *et al.* (2007), basta alterar o custo de deslocamento na função objetivo (4.8) de c_{ij} para c_{ijkl} , passando a representar custo de viagens de acordo com o depósito l e o veículo k . Os pontos $i=0$ e $i=n+1$ identificam a passagem pelos depósitos em questão, ou seja, c_{0ikl} e c_{i0kl} são os custos de viagem entre o depósito l e o cliente i , com o veículo k .

Além dos modelos de PLIM do Problema de Roteamento já apresentados, será tratado a seguir a Localização de Facilidades. Arenales *et al.* (2007) apresentou os seguintes modelos matemáticos para o problema de localização.

Parâmetros:

- J : Conjunto de nós j que representam os clientes, $j=1...n$
- I : Conjunto de locais i candidatos à localização de facilidades, $i=1...m$
- q_j : Demanda do cliente j
- d_{ij} : Distância do cliente j à facilidade i
- c_{ij} : Custo de atender a demanda do cliente j a partir de uma facilidade i
- f_i : Custo fixo de instalação de uma facilidade no local i ;
- Q_i : Capacidade da facilidade instalada no local i

Variável de decisão:

- y_i : 1, se a facilidade é aberta no local i ; 0, caso contrário

O modelo P-medianas envolve a localização de p facilidades e a designação de clientes a facilidades de modo a minimizar a soma das distâncias de clientes a facilidades, o que pode ser entendido também por minimizar o custo. E, para isso, os nós das instalações devem se localizar em nós de clientes, obtendo a solução ótima, conforme demonstração realizada por Hakimi (1964), ou seja, $I \subset J$. Tem-se:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (4.19)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \forall j \in J \quad (4.20)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (4.21)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \quad (4.22)$$

$$x \in B^{|I||J|}, y \in B^{|I|} \quad (4.23)$$

A função objetivo (4.19) minimiza o custo total de designação de clientes a facilidades. As restrições (4.20) garantem que cada cliente j é atendido por uma única facilidade. Já as seguintes (4.21) asseguram que cada cliente j só pode ser designado a uma facilidade aberta no local i . E, por fim, as restrições (4.22) determinam que exatamente p facilidades são abertas.

Se considerar o problema como localização de facilidades com capacidade ilimitada, a formulação apresentada por Arenales *et al.* (2007), tem como objetivo minimizar o custo fixo de implantação de facilidades e o custo variável de atendimento das demandas dos clientes:

$$\min \sum_{i \in I} f_i \cdot y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (4.24)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \forall j \in J \quad (4.25)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (4.26)$$

$$y_i \in B^{|I|}, 0 \leq x_{ij} \leq 1, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (4.27)$$

As restrições são as mesmas apresentadas anteriormente, exceto pelo fato que x_{ij} representa a fração da demanda q_j atendida pela facilidade localizada em i . Entretanto, se considerar que um cliente deve ser atendido a partir de uma única instalação, basta considerar que $x \in B^{|I||J|}$ e:

- x_{ij} : 1, se cliente j é designado à facilidade localizada em i ; 0, caso contrário

4.3. Método Heurístico

Segundo Nagy e Salhi (2007), o problema em questão (LRP) é um problema classificado como *NP-hard*, pois engloba dois problemas *NP-hard*, o de localização da instalação e roteamento de veículos. Entretanto, problemas de otimização considerados *NP-hard* são de difícil resolução com elevado tempo computacional de resolução em função do número de variáveis do problema.

Segundo Daskin (1995) os problemas da classe P são aqueles que podem ser resolvidos em um tempo polinomial. Já a classe de problemas NP é o conjunto de problemas de decisão em que uma solução candidata pode ser verificada como uma solução efetiva em tempo polinomial. Ser de tempo polinomial significa que a duração da busca da solução tem como ordem de grandeza uma função polinomial.

Devido à complexidade dos problemas da classe *NP-hard* a abordagem heurística muitas vezes é utilizada, visto que devido a quantidade de variáveis e restrições a resolução exata se torna impraticável em termos computacionais para problemas de tamanho real. De acordo com Melo *et al.* (2009), quando o número de variáveis discretas é grande, e isso muitas vezes ocorre em decisões de localização estratégica, os problemas só podem ser resolvidos com um método heurístico.

Segundo Ballou (2006), embora as heurísticas não possam garantir a solução ótima, trazem benefícios dos tempos adequados de computação e de necessidades de memória, garantem uma boa representação da realidade com qualidade satisfatória de resolução. Existem também métodos meta-heurísticos, entretanto, são mais complexos e, geralmente, são aplicadas após métodos heurísticos visando aprimorar a solução.

O problema de localização é leva a uma questão de compensação dos custos relevantes para a localização, podendo se considerar custos de produção e compra, custos de estocagem e manuseio no armazém, custos fixos do armazém, custos de manutenção do estoque, custos de processamento dos pedidos de estoques e pedidos dos clientes e custos de transporte de entrada e saída do armazém. A Figura 13 de Ballou (2006) representa essa compensação de custos:

Figura 13: Compensação de custos no problema de localização de instalação



Fonte: Ballou (2006)

Para o problema de localização de múltiplas instalações, segundo Ballou (2006), pode-se usar a abordagem do centro de gravidade, baseado no custo mínimo de transporte para uma instalação intermediária localizada entre os pontos de origem e destino. Como é necessário localizar mais de uma instalação, é necessário atribuir localizações arbitrárias aos pontos de origem e destino, encontrando uma localização de centro de gravidade exato para cada um dos conglomerados. Segundo Moshref-Javadi e Lee (2016), é possível usar a medida de centralidade das redes complexas para abrir os depósitos e atribuir veículos para este. Neste método, uma medida de centralidade é calculada usando a fórmula (4.28), onde C_{gi} é o custo de deslocamento do depósito g ao cliente i :

$$cent_g = \sum_{i \in V} \frac{1}{1 + C_{gi}} \quad (4.28)$$

Assim, é possível calcular um coeficiente de centralidade de cada depósito ($cent_g$) a partir do inverso das somas de uma unidade aos custos de transporte entre todos os clientes e o CD. A partir disso, conclui-se que quanto maior o valor de $cent_g$, menores as distâncias aos clientes. Ou seja, mais próximo o CD dos demais pontos, podendo ou não ser maior que 1.

É possível, então, de acordo com Ballou (2006), desenvolver um procedimento heurístico a partir do método do múltiplo centro de gravidade. O procedimento pode ser a solução para um número especificado de instalações. Uma vez que o método só responde pelos custos de transporte, custos adicionais, como os de estoque e custos fixos de instalação, podem ser agregados para criar um custo total mais representativo. Pela repetição do procedimento com vários números de instalações, torna-se possível encontrar o melhor número de instalações e suas respectivas localizações.

Além disso, a localização do depósito é dominada por custos de transporte, visto que configuração o roteiro de entregas é dependente da localização do depósito em relação aos demais pontos. A partir daí, selecionar uma determinada localização de depósito, resolver o problema de rota para a localização selecionada e acrescentar custos específicos a essa localização permite que cada localização seja avaliada. Trata-se de um procedimento de tentativa-e-erro, e uma solução satisfatória para o problema da localização depende da qualidade das localizações selecionadas para avaliação.

Já para etapa de formação de roteiros, diferentes abordagens heurísticas podem ser encontradas na literatura. Goldbarg e Luna (2005) apresentam a seguinte classificação para esses métodos heurísticos.

- **Heurísticas Construtivas:** Essas abordagens constroem uma solução através de um conjunto de configurações que a cada passo é atualizado, segundo um critério de minimização da função objetivo. Para esse tipo de procedimento encontramos variações na forma de expandir as rotas, podendo realizar-se através de procedimentos de economia ou inserções, e também na maneira de construir as rotas, podendo ser de forma sequencial ou em paralelo. O método sequencial constrói uma rota de cada vez até que todos clientes estejam roteados. Já procedimentos em paralelos são caracterizados pela construção de várias rotas simultaneamente.
- **Procedimentos de Primeiro Agrupar e Depois Rotear:** Esta estratégia procura obter a solução do problema em duas etapas distintas. A primeira visa agrupar os pontos de demanda segundo algum critério de proximidade, enquanto na segunda etapa cada

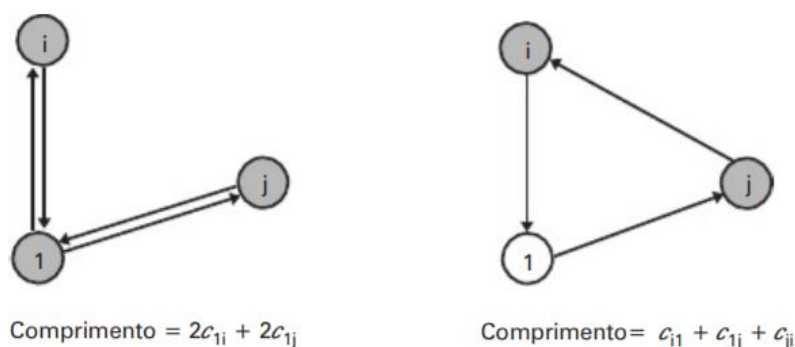
grupo é solucionado independentemente, como, por exemplo, a Heurística de Gillet e Miller, apresentada mais adiante.

- **Procedimentos de Primeiro Rotear e Depois Agrupar:** A primeira etapa da abordagem busca a identificação de uma rota (normalmente inviável) que englobe todos os pontos de demanda. Em uma segunda fase o circuito é particionado em pequenas rotas viáveis.
- **Procedimentos de Melhoria ou Troca (*Improvement or Exchange*):** Baseiam-se na aplicação de técnicas conhecidas de divisão (*branching*) de problemas, combinadas com procedimentos heurísticos para efetuar modificações na solução. A cada passo uma solução viável é alterada de modo a se obter uma nova solução igualmente viável e de menor custo. O procedimento continua até que não seja mais possível efetuar uma redução de custo. Exemplos de Heurísticas: Heurísticas por Aproximação através de Programação Matemática, Heurísticas por Otimização Iterativa, Heurísticas de Busca Local.

A seguir serão detalhadas algumas das heurísticas que foram utilizadas como referência para estudos posteriores e aprimoradas.

A **Heurística das Economias**, que é uma heurística construtiva, foi sugerida como extensão para o problema de roteamento de Clark e Wright (1964). Os algoritmos realizam a progressão de uma configuração para outra segundo o critério de minimização da função objetivo, também chamado de *saving* ou economia, conforme Figura 14.

Figura 14: Procedimento de economia



Fonte: Goldbarg e Luna, 2005

No algoritmo da heurística de Clark e Wright, arcos de menor custo devem substituir arcos mais caros dentro da rota que vai sendo melhorada em termos de custo, conforme Figura 15.

Figura 15: Descrição do algoritmo da Heurística das economias

INÍCIO

Ler $G = (N, A)$, c_{ij} . { *nó 1 é o depósito central do roteamento* }

Inicializar Rota: $= (x_1 - x_s - x_1)$,

Calcular a economia $s_{ij} := c_{1j} - c_{ij} + c_{j1}$ para todo o par de clientes x_i e x_j { *nós em G^* }

Ordenar as economias em ordem não crescente e colocá-las em uma lista

Enquanto existir ligações na lista Faça

 Iniciando pela maior economia da lista Faça

 Início

 Determine a primeira ligação na lista que pode ser utilizada para ser acrescida em um dos dois extremos de *Rota*, aumentando seu comprimento e a retirando da lista;

 Se *Rota* não pode ser expandida da forma anterior então escolha a primeira ligação na lista para iniciar uma nova rota, e a retire da lista.

 Fim

 FIM

Fonte: Adaptado de Goldberg e Luna, 2005

Já a **Heurística de Gillet e Miller**, envolve Procedimentos de primeiro agrupar e depois rotear. A estratégia parte do princípio de que os trajetos entre nós serão desenvolvidos preferencialmente entre vizinhos.

Figura 16: Descrição do algoritmo de Gillet e Miller

```

INÍCIO
Ler  $G = (N, A)$ ,  $c_{ij}$ . { *nó 1 é o depósito central do roteamento* }
Obter as coordenadas polares dos clientes em relação ao depósito e ordená-las em
ordem de crescimento de seu valor e Fazer:
Início  $F := N \setminus \{x_1\}$ 
Ponta_Rota: =  $\{x_1\}$ 
Rota1: =  $\{x_1\}$ 
 $i := 1$ 
Fim
Enquanto  $F \neq \emptyset$  Faça { *Agrupar* }
Início
Enquanto  $\exists x_s \in F$  atendendo às condições de viabilidade para Rotai
Início
Encontrar o vértice  $x_s \in F$  de coordenada polar mais próxima da de Ponta_Rota e Fazer
Início
Rotai: = Rotai  $\cup \{x_s\}$ 
Ponta_Rota: =  $\{x_s\}$ 
 $F := F \setminus \{x_s\}$ 
 $j := j + 1$ ;
Se Controle(j) = Verdadeiro então aplicar Procedimento k-ótimo (Rota i)
Fim
Fim
 $i := i + 1$ 
Ponta_Rota: =  $\{x_1\}$ 
Rota i: =  $\{x_1\}$ 
Fim
FIM

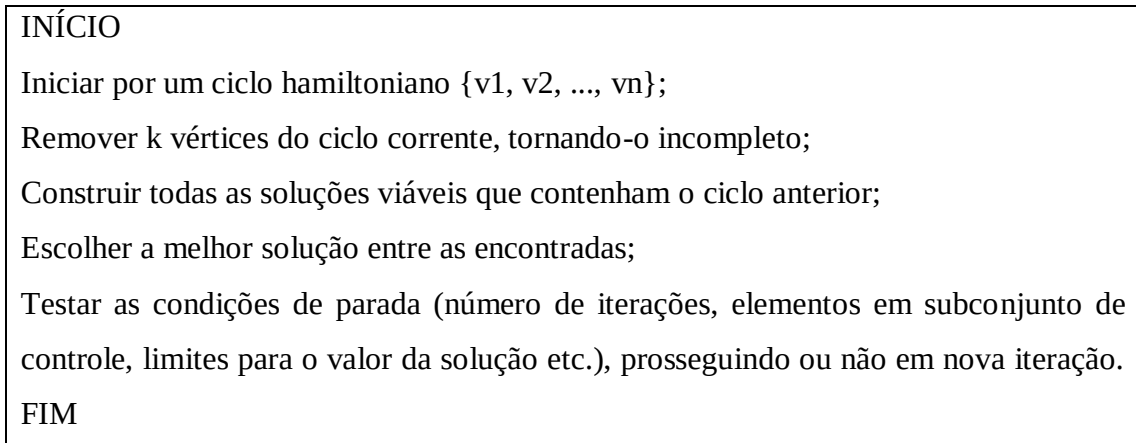
```

Fonte: Adaptado de Goldbarg e Luna, 2005

A **Heurística k-Ótima** é uma heurística de melhoria, proposta por Lin (1965). É o exemplo de uma heurística de busca local. De fato, a heurística propõe uma busca em uma k vizinhança de uma solução de roteamento, iniciando por um ciclo hamiltoniano, ou seja, é um caminho que permite passar por todos uma e uma só vez por cada. A busca se faz pelo exame

da possibilidade de troca de k variáveis (arcos) entre s_0 e s . À medida que k cresce o procedimento aproxima-se da enumeração total (caso em que $k = n - 2$). A vizinhança de s_0 cresce exponencialmente na forma de $\frac{n!}{(n-k)!k!}$. Para $k=2$ o tamanho da vizinhança de s_0 é igual a $n(n-1)/2$.

Figura 17: Descrição do algoritmo de Heurística K-Ótima



Fonte: Adaptado de Goldbarg e Luna, 2005

Segundo Ghiani *et al.* (2004), as heurísticas de inserção estão entre as mais eficientes para problemas de Roteamento de veículos com janelas de tempo. A **heurística I1 Solomon**, que é uma extensão da heurística de Clark e Wright (1964), de acordo com os autores, constrói uma rota por vez, ou seja, é um algoritmo sequencial, e a cada iteração é decidido qual o novo cliente u^* deve ser inserido na solução entre cada cliente adjacente i e j que deve ser inserido na rota atual. O algoritmo considera o aumento do custo associado a inserção do cliente u^* na rota, bem como o aumento no tempo de serviço para os demais clientes da rota.

De acordo com Solomon (1987), o algoritmo se inicia com critérios de inicialização. Estes são exclusivos, podendo apenas um ser utilizado para iniciar uma nova rota. Os critérios testados pelo autor foram:

- cliente mais distante ainda não alocado
- cliente não alocado com o menor valor de fim da janela de tempo

Entretanto, o critério de inicialização “cliente mais distante ainda não alocado”, segundo Solomon (1987), provou-se como o que gera melhores soluções para configurações de problemas com horizontes de tempo curtos.

Em seguida, para o próximo passo considera-se a rota em construção $(i_0, i_1, \dots, i_m)$, sendo i_0 (origem) e i_m (destino) o depósito. A heurística de Solomon (1987) busca inserir um

cliente u entre os clientes i_{p-1} e i_p , onde $1 \leq p \leq m$. Para isso, o método utiliza 2 critérios a cada iteração, os critérios $c_1(i, u, j)$ e $c_2(i, u, j)$.

O critério c_1 é usado para calcular, para cada cliente u ainda não alocado, a melhor posição de inserção (considerando o custo espacial-temporal de inserção) entre dois clientes i e j da rota em desenvolvimento. Ele é calculado da seguinte forma, onde d representa a distância entre dois pontos e b_j o tempo em que j é atendido sem a inserção do cliente na rota e b_j^u após a inserção:

$$c_1(i(u), u, j(u)) = \min c_1(i(u), u, j(u)), \quad p = 1, \dots, m$$

Onde:

$$c_1(i(u), u, j(u)) = \alpha (d_{iu} + d_{uj} - \mu d_{ij}) + (1 - \alpha)(b_j^u - b_j)$$

Considera-se como conhecidos os valores de início do serviço em cada cliente, b_j , $0 \leq \alpha \leq 1$ e $\mu \geq 0$. Observa-se que o critério c_1 é formado por duas parcelas, ou então, subcritérios. O primeiro deles representa o acréscimo na distância total percorrida pela rota ao inserir o cliente u . O segundo determina o atraso no atendimento do cliente j após inserção de u . Desta forma, este critério representa uma média ponderada entre impactos de distância e tempo na rota pela inserção de u . Sendo assim, o objetivo é encontrar a posição p que minimize esse acréscimo de distância e tempo.

Já o critério c_2 , determina o melhor cliente u^* a ser inserido na rota em criação, calculando o benefício da inserção em comparação à criação de uma nova rota. Ele é calculado da seguinte forma:

$$c_2(i(u^*), u^*, j(u^*)) = \max c_2(i(u), u, j(u)), \quad u \text{ factível e ainda não roteirizado}$$

$$c_2(i(u^*), u^*, j(u^*)) = \lambda d_{0u} - c_1(i(u), u, j(u)), \quad \lambda \geq 0$$

A heurística de inserção de Solomon (1987) busca maximizar o benefício de inserir o cliente na rota em construção em comparação com uma rota individual.

Os parâmetros podem assumir valores diferentes de acordo com o problema em questão. Quando $\alpha = \mu = \lambda = 1$ o critério c_2 corresponde a economia em distância para servir o cliente na mesma rota que os clientes i e j em vez de uma rota individual. A melhor inserção factível de um ponto ainda não alocado é determinado ao minimizar o critério c_1 , mais especificamente a distância. Entretanto, diferentes valores para os parâmetros levam a um possível critério diferente para selecionar os clientes a serem inseridos e suas posições.

5. MODELAGEM DO PROBLEMA

A resolução do problema será iniciada pela modelagem matemática em questão. Neste capítulo é apresentada a descrição do problema, em seguida o modelo PLIM, bem como as variáveis e parâmetros que influenciam seu desenvolvimento, a função objetivo e as suas restrições.

5.1. Considerações sobre o problema

O problema abordado trata da avaliação da abertura de um ou mais centros de distribuição para a empresa *Liv Up*, a fim de minimizar o custo total relacionado a entregas. Atualmente, a empresa realiza em torno de 150 entregas por período, considerando a demanda atendida. Entretanto, sabe-se que nem toda sua demanda é atendida. Mais à frente, nos dados de entrada também serão incluídos a demanda média não atendida de um mês normal, avaliando os benefícios do atendimento ou não.

As entregas são realizadas de segunda a sábado em três períodos distintos, manhã, tarde e noite. Atualmente, a empresa tem apenas um centro de distribuição, de onde saem todas as entregas. A análise visa avaliar qual ou quais CDs são mais adequados para distribuição, a partir de um conjunto limitado de centros de distribuição estabelecidos em um conjunto W de depósitos candidatos, e são atendidos N clientes por período de entrega minimizando o custo total, ou seja, os custos de transporte das rotas e o custo de utilização dos centros de distribuição abertos. É importante também considerar que existirá um custo de implementação dos CDs que não existem ainda.

De cada centro de distribuição parte um número de roteiros de entrega, sendo que cada roteiro também passa por um número de clientes com demanda d_i , sem repetições. A frota de veículos é homogênea e com capacidade Q .

Temos, portanto, um problema de roteirização de veículos com janelas de tempo e com a possibilidade de existência de diversos centros de distribuição. Este pode ser modelado por programação linear inteira mista (PLIM).

Além disso, deve ser levado em conta que, apenas quando solicitada pelo cliente a realização do pagamento na entrega, o veículo deve retornar ao centro de distribuição para devolução da máquina de cartão. Se pelo menos um dos clientes da rota solicitar essa forma de pagamento, o veículo deverá retornar ao depósito, implicando na cobrança pela empresa terceira de uma taxa de retorno. Portanto, é necessário saber, para cada veículo, se existe algum cliente que solicitou máquina de cartão. Para isso, será utilizada uma variável binária de decisão r_v que

vale 1 se a rota do veículo v possui ao menos um cliente que solicitou máquina de cartão e 0, caso contrário.

Para o cálculo de r_v , um novo parâmetro de entrada é inserido, correspondente às solicitações de máquina de cartão pelo cliente. Assim, o parâmetro binário p_i deve ser adicionado ao modelo, valendo 1 se o cliente i solicitou a máquina de cartão e 0, caso contrário.

Portanto, o modelo apresentado pela empresa envolve as seguintes características:

- O número de veículos é ilimitado e todos são de mesma capacidade.
- Há um custo fixo por veículo utilizado, chamado também de custo de coleta de pedidos.
- Não é necessário voltar ao depósito após a última entrega, exceto quando há pagamento na entrega com máquina de cartão.
- Os custos dependem do ponto de origem e destino e são fornecidos pela empresa terceirizada de entregas.
- Os clientes estão geograficamente dispersos, sendo que o número de clientes e localização não são fixos a cada roteirização, podendo variar de um dia para o outro.
- A demanda é determinística.
- Cada cliente receberá apenas uma entrega por período.
- O tempo de cada trajeto é dado pelo tempo de deslocamento somado ao tempo de serviço.
- O tempo total da rota não pode ultrapassar um limite superior, para cada veículo.
- Possibilidade de existência de w pontos de distribuição com localizações determinadas e sem restrições quanto à oferta de produtos

5.2. Formulação matemática

São apresentadas, a seguir, as principais características do modelo, destacando-se os parâmetros, variáveis de decisão e as principais restrições.

Parâmetros:

- N : Conjunto de nós do problema, incluindo centros de distribuição e clientes
- M : Número suficientemente grande
- d_i : Demanda de uma entrega ao cliente i
- W : Conjunto de centros de distribuição candidatos
- K_w : Conjunto de veículos associados ao centro de distribuição candidato w

- CU_i : Custo de utilização para existência do centro de distribuição i
- CC_v : Custo de coleta se o roteiro v existe
- c_{ij} : Custo de locomoção do cliente i ao cliente j , incluindo as taxas de retorno
- K : Conjunto de veículos disponíveis
- Q : Capacidade do veículo
- t_{ij} : Tempo de viagem do nó i ao nó j
- T_a : Tempo de atendimento
- $[a_i, b_i]$ Intervalo de tempo de chegada do veículo ao nó i
- p_i : 1, se o cliente i solicitou máquina de cartão; 0, caso contrário

Variáveis de decisão:

- x_{ij}^v : 1, se cliente j é atendido após cliente i pelo veículo v ; 0, caso contrário
- v^v : 1, se o roteiro v existir; 0, caso contrário
- r_v : 1, se veículo v transportar máquina de cartão; 0, caso contrário
- s_i : Instante em que i é atendido
- z_i : 1, se o centro de distribuição i existir; 0, caso contrário

Função objetivo:

$$\min \sum_{i \in N} \sum_{j \in NU\{N+1\} \setminus W} \sum_{v \in K} c_{ij} \cdot x_{ij}^v + \sum_{i \in W} z_i \cdot CU_i + \sum_{v \in K} CC_v \cdot v^v \quad (5.1)$$

Sujeito a:

$$M \cdot v^v \geq \sum_{i \in N} \sum_{j \in NU\{N+1\} \setminus W} x_{ij}^v \quad \forall v \in K \quad (5.2)$$

$$\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in NU\{N+1\}} x_{ij}^v \leq Q \quad \forall v \in K \quad (5.3)$$

$$\sum_{i \in NU\{N+1\}} x_{ip}^v - \sum_{i \in NU\{N+1\}} x_{pj}^v = 0 \quad \forall v \in K, \forall p \in N \quad (5.4)$$

$$\sum_{j \in NU\{N+1\} \setminus W} x_{ij}^v - v^v = 0 \quad \forall i \in W, \forall v \in K \quad (5.5)$$

$$s_i + t_{ij} + T_a \leq s_j + M(1 - x_{ij}^v) \quad \forall (i, j) \quad (5.6)$$

$$a_i \leq s_i \leq b_i \quad \forall i \in N \quad (5.7)$$

$$\sum_{v \in K} \sum_{i \in N} x_{ij}^v = 1 \quad \forall j \in N \setminus W \quad (5.8)$$

$$M \cdot z_w \geq \sum_{v \in K_w} v^v \quad \forall w \in W \quad (5.9)$$

$$r^v \leq \sum_{i \in N \setminus W} p_i \sum_{i \in N \cup \{N+1\} \setminus W} x_{ij}^v \quad \forall v \in K \quad (5.10)$$

$$r^v \geq \frac{\sum_{i \in N \setminus W} p_i \sum_{i \in N \cup \{N+1\} \setminus W} x_{ij}^v}{N} \quad \forall v \in K \quad (5.11)$$

$$x_{ij}^v \leq 1 - r^v \quad \forall v \in K, \forall i \in N, \forall j \in W \quad (5.12)$$

$$x_{(N+1)i}^v = 0, \quad \forall v \in K, \forall i \in N \setminus W \quad (5.13)$$

$$x_{ij}^v, r^v, v_v, z_i \in \{0, 1\} \quad \forall v \in K, \forall i \in N, \forall j \in N \quad (5.14)$$

$$s_i \geq 0, \quad \forall i \in N \quad (5.15)$$

5.3. Detalhamento do modelo

A seguir serão brevemente explicadas as restrições apresentadas no modelo acima.

A função objetivo (5.1) é a minimização dos custos de transporte das rotas, ou seja, o deslocamento de um cliente i para o cliente j representado pelo arco ij , e o custo de utilização dos centros de distribuição abertos, em consequência do custo de abastecimento do CD e do uso do local, e custo de coleta para cada rota existente na solução. O cálculo do custo de transporte é determinado pela empresa terceirizada e será discutido posteriormente, mas pode-se considerar que a matriz de custo é simétrica, isto é, $c_{ij} = c_{ji}$.

O conjunto de restrições (5.2) $M \cdot v^v \geq \sum_{i \in N} \sum_{j \in N \cup \{N+1\} \setminus W} x_{ij}^v, \forall v \in K$ estabelece se o roteiro v_v existe. Se existir algum arco x_{ij} , sendo i o conjunto de pontos e j o conjunto que exclui os CDs, relacionado ao veículo v , com valor 1, então a variável v_v que indica a existência do veículo v , também será 1. Caso contrário, dado que a existência de um roteiro implica na

utilização de um centro de distribuição e, conseqüentemente, em um custo, na resolução do modelo o valor dessa variável tenderá a zero.

As restrições (5.3) $\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in N \cup \{N+1\}} x_{ij}^v \leq Q, \forall v \in K$ garantem que a capacidade de cada roteiro será respeitada. Cada veículo v possui uma capacidade Q previamente conhecida.

O conjunto de restrições (5.4) $\sum_{i \in N \cup \{N+1\}} x_{ip}^v - \sum_{j \in N \cup \{N+1\}} x_{pj}^v = 0, \forall v \in K, \forall p \in N$ garante a conservação dos fluxos de entrada e saída dos nós. Se um veículo atende um cliente, ou seja, o arco x_{ip}^v possui valor 1, então o veículo deve continuar sua viagem rumo a outro cliente, isto é, deve existir algum j para o qual x_{pj}^v é 1.

As restrições (5.5) $\sum_{j \in N \cup \{N+1\} \setminus W} x_{ij}^v - v^v = 0, \forall i \in W, \forall v \in K_w$, sendo j o conjunto de nós que exclui os CDs, estabelecem que se um roteiro existe, ele deve partir de um centro de distribuição, onde os veículos devem ser carregados com os produtos e em seguida realizarem as entregas aos clientes.

As restrições (5.6) $s_i + t_{ij} + T_a \leq s_j + M(1 - x_{ij}^v), \forall (i, j)$ impõem que o horário mínimo de atendimento de um cliente que é dado pela soma do horário de atendimento do cliente anterior e do tempo de percurso entre os dois clientes. A expressão $M(1 - x_{ij}^v)$ permite avaliar se para qualquer veículo v , existe alguma ligação entre o cliente i e j . Caso não haja, $x_{ij}^v = 0$ e o valor da variável s_j segue livre. Caso contrário, haverá a restrição de tempo.

O conjunto (5.7) $a_i \leq s_i \leq b_i, \forall v \in K, \forall i \in N$ garante que todas as janelas de tempo serão respeitadas, ou seja, que estará dentro do horário de atendimento $[a_i; b_i]$ escolhido pelo cliente.

As restrições (5.8) $\sum_{v \in K} \sum_{i \in N} x_{ij}^v = 1, \forall j \in N \setminus W$ garantem que, considerando todas as rotas, cada cliente é visitado uma única vez.

As restrições (5.9) $M \cdot z_w \geq \sum_{v \in K_w} v^v, \forall w \in W$ estabelecem a relação de existência entre os roteiros e os centros de distribuição. Um roteiro que parte de um determinado centro de distribuição só pode existir se o respectivo centro de distribuição também existir e for utilizado, e vice-versa. Na expressão, a constante M é um número suficientemente grande de maneira que, caso exista algum roteiro dentro do conjunto K_w , a variável z_w será forçada a apresentar valor positivo.

As restrições seguintes referem-se à nova variável criada em consequência da solicitação da máquina de cartão. O conjunto (5.10) $r^v \leq \sum_{i \in N \setminus W} p_i \sum_{j \in N \cup \{N+1\} \setminus W} x_{ij}^v, \forall v \in K$ determina que se pelo menos um cliente solicitar a máquina de cartão, a mesma será enviada. Já as

restrições (5.11) $r^v \geq \frac{\sum_{i \in N \setminus W} p_i \sum_{i \in N \cup \{N+1\} \setminus W} x_{ij}^v}{N}$, $\forall v \in K$ limitam o valor da variável r^v a 1.

Ambas as restrições, bem como a (5.12) são apresentadas por Marcellino (2017).

O conjunto de restrições (5.12), $x_{ij}^v \leq 1 - r^v$, $\forall v \in K, \forall i \in N, \forall j \in W$, elimina da soma na função objetivo os trajetos de retorno aos depósitos quando o veículo não transportar máquina de vale-refeição, ou seja, $r^v = 0$, dado que o modelo assume que todos os roteiros retornam ao depósito, a fim de respeitar as restrições de fluxo de rede. Sendo assim, convencionou-se que se o trajeto termina em 0, o veículo não retorna ao depósito de origem. Ou seja, se um veículo retorna para o depósito ($r^v = 1$), o nó final não poderá ser o ponto j .

Já as restrições (5.13), $x_{(N+1)i}^v = 0$, $\forall v \in K, \forall i \in N \setminus W$ garantem que $\sum_{i \in N} x_{(N+1)j}^v$ será sempre zero. Ou seja, mesmo nos casos em que deve haver retorno ao depósito e obrigatoriamente passar pelo $N+1$, este ponto será o último nó a ser percorrido.

Já as restrições (5.14) e (5.15) definem o domínio das variáveis.

6. LEVANTAMENTO DE DADOS

Para a realização dos experimentos numéricos, é preciso fornecer os parâmetros de entrada do modelo matemático. Ou seja, conforme determinado previamente, é necessário inserir todos os dados relacionados a: clientes a serem roteirizados, pontos candidatos de localização do centro de distribuição e custos de transporte entre os nós em questão.

6.1. Número de clientes e suas demandas

No caso da *Liv Up*, os pontos a serem atendidos variam a cada período de entrega e é quase impossível que haja repetição de uma mesma combinação de pontos em outro dia e horário. Ou seja, o número de clientes é sempre atualizado de acordo com a demanda diária. Atualmente, são realizadas em média 150 entregas por período, podendo chegar a mais de 450 entregas por dia.

Já a demanda de cada cliente é definida pelo valor da compra realizada diretamente no *site* da empresa. Esses valores estão vinculados aos respectivos clientes na base de dados da empresa. Atualmente, o *ticket* médio encontra-se em torno de R\$220,00, entretanto é um valor que pode variar sensivelmente.

6.2. Localização de centros de distribuição candidatos, custo de utilização e custo de coleta de pedidos

Tanto a localização dos pontos candidatos a centros de distribuição, quanto o custo de utilização dos mesmos, são dados de entrada estimados pela empresa. As localizações dos centros de distribuição foram aproximadas com base em uma análise das entregas realizadas em um longo período pela empresa. E, a princípio, foi definido em contato com a empresa como custo de utilização a ser considerado o valor de R\$90,00 por período de entrega, totalizando em aproximadamente R\$5000,00 mensais.

Além disso, a empresa terceirizada determina que, toda vez que uma rota sair de um centro de distribuição, ou seja, tiver um ponto de coleta de pedidos na loja da *Liv Up*, será cobrado uma taxa fixa de R\$4,00. Portanto, para todas as rotas de entrega que existirem, será cobrado um valor adicional para a mesma.

6.3. Custo de transporte entre nós

O custo de transporte entre todos os pares de nós da malha de clientes em questão é dado por uma matriz-custo vinculada a cada centro de distribuição. A função custo do problema é estabelecida por uma empresa terceirizada, que realiza praticamente todas as entregas.

sair do centro de distribuição em direção a um cliente situado na zona 2, ou seja, em um raio menor que 4 km do ponto de partida, esse trajeto custará R\$14,90, e caso seja somado R\$4,00 do custo de coleta, totalizará R\$18,90. Entretanto, caso o veículo saia de qualquer ponto em direção a um cliente situado na zona 1, o custo do trajeto será de R\$11,90, independentemente da zona de saída. Já se o veículo se direcionar a um cliente que se situa fora das 2 zonas, o custo é proporcional à distância:

$$\text{Custo (em R\$)} = 4 + 2,15 \cdot \text{Distância percorrida (em Km)}$$

Além disso, em casos que o cliente solicita o pagamento através de máquina na entrega, implica a cobrança de uma taxa de retorno, conforme é apresentado na Tabela 2, valendo para todos os possíveis centros de distribuição.

Tabela 2: Taxas de retorno por zona de saída

	Zonas 1 e 2	Zona 3 (Fora da zona)
Custo do retorno (em R\$)	7,90	18,90

Fonte: Elaborado pela autora

Portanto, o problema de obtenção da matriz de custo envolve três etapas: custo para zonas de chegada 1 ou 2, custo para zonas de chegada situadas fora das 2 zonas e taxas de retorno.

A matriz de custo é obtida através da tabela de custos da empresa terceirizada de entregas. Assim, considerando apenas 1 centro de distribuição e n pontos de entrega, tem-se uma matriz $n+2 \times n+2$, sendo as linhas os pontos de saída e as colunas os pontos de chegada, conforme exemplificado, para 2 pontos de entrega, a seguir na Tabela 3. Observa-se que, no exemplo, o ponto 0 representa o CD.

Tabela 3 - Exemplo de matriz custo 4x4

	0	1	2	3
0	0	C_{01}	C_{02}	0
1	0	0	C_{12}	C_{13}
2	0	C_{21}	0	C_{23}
3	0	C_{31}	C_{32}	0

Fonte: Elaborado pela autora

A primeira coluna representa os custos dos trajetos saindo de qualquer ponto e chegando no ponto 0 (depósito). Como a convenção adotada no modelo indica que o retorno ao nó 0 significa a ausência de taxa de retorno, essa coluna vale 0 para todas as células. Já as linhas representam os trajetos de ponto a ponto, e o custo respectivo, de acordo com a zona. A última coluna representa os trajetos saindo de qualquer ponto e chegando no ponto $n+1$, equivalente ao depósito em situações que há retorno para devolução da máquina de cartão.

Dessa forma, sabendo a zona onde cada cliente se situa, obtém-se de forma simples os custos dos trajetos. Porém, a base de dados da *Liv Up* informa somente as coordenadas do endereço dos clientes, sendo necessário identificar manualmente as zonas às quais eles pertencem. Para contornar esse problema, foi desenvolvida uma planilha em Excel que calcula as distâncias entre os pontos de entrega e os centros de distribuição e identifica se:

- Menor que 2km e então é classificado como Zona 1
- Maior que 2Km e menor que 4km e então é classificado como Zona 2
- Maior que 4Km e então é classificado como Zona 3 e calcula a distância aproximada conforme e explicitado no item tempo de serviço e de deslocamento

6.4. Capacidade e Número de veículos

A empresa utiliza como meio de transporte para entregas motocicletas fornecidas pela empresa terceirizada. A capacidade é determinada pelo tamanho da *bag* dos *motoboys* e, para fins de alocação de rotas, utiliza-se o valor de R\$700,00 como limite.

A quantidade de veículos disponíveis é ilimitada e não há custo fixo associado a isso. Como dado de entrada será utilizado o número máximo de veículos necessários possível. Sendo assim, no pior caso, cada veículo atenderá um único cliente. Portanto, será igual ao número de clientes, assumindo carga não fracionada.

6.5. Tempo de deslocamento e de serviço

Para se calcular o tempo de deslocamento entre dois pontos, será utilizada uma matriz-tempo, informando o tempo do trajeto entre todos os pares de pontos da malha. Conforme definido previamente no modelo, t_{ij} = tempo de viagem do nó i ao nó j . Para isso, são necessárias a distância entre os pontos e velocidade média do veículo para o cálculo do tempo de deslocamento, bem como o tempo de serviço médio.

Com base na experiência adquirida pela empresa, como tempo médio de serviço será utilizado o valor de 0,1h, sendo uma premissa do modelo, apesar de não existir um estudo pela

empresa relacionado a isso. Também como premissa do modelo, com base nos estudos relacionados ao trânsito na cidade de São Paulo, assume-se como velocidade média de deslocamento para as entregas um valor de 25km/h.

Já para o cálculo de distâncias entre pontos, será utilizada uma aproximação, calculada através da multiplicação da distância linear por um fator de correção. Além disso, em situações de pequenas distâncias como é o caso da cidade de São Paulo, pode-se desconsiderar a curvatura da Terra. Sendo assim, inicialmente será calculada a distância linear entre dois pontos, conforme a fórmula (6.1), sendo (X_n, Y_n) as coordenadas dos pontos e 111,13km/graú o fator de conversão de graus em quilômetros.

$$Dl = 111,13 \cdot \sqrt{(Xa - Xb)^2 + (Ya - Yb)^2} \quad (6.1)$$

E, em seguida, calcula-se a aproximação da distância linear entre os pontos para a distância efetivamente percorrida, uma vez que os veículos não trafegam sempre em linha reta. Segundo Ballou (2006), as distâncias podem ser ajustadas por um fator de sinuosidade, que aproxima o percurso considerando fatores como curvas, desvios e retornos. A tabela a seguir, (adaptada de BALLOU, 2006), mostra esses fatores de circuito obtidos empiricamente em alguns países selecionados.

Tabela 4: Fatores médios de circuito em alguns países

País	Número de pontos	Fator médio de circuito	Desvio padrão
África do Sul	91	1,23	0,12
Argentina	66	1,22	0,15
Brasil	120	1,23	0,11
Canadá	49	1,30	0,10
China	66	1,33	0,34
Estados Unidos	299	1,20	0,17
Europa	199	1,46	0,58

Fonte: Adaptado de Ballou (2006)

A tabela mostra que o fator de circuito estimado para o Brasil é de 1,23, com desvio-padrão de 0,11. Este número será adotado neste trabalho como o fator pelo qual a distância linear calculada deve ser ajustada, possibilitando a determinação de um valor mais próximo da realidade.

Obtém-se então o tempo de deslocamento pela divisão da distância percorrida pela velocidade média de deslocamento.

6.6. Janela de entrega e Solicitação da máquina de cartão

As janelas de entrega representam um intervalo de tempo dentro do qual o cliente deve receber o produto. A *Liv Up* disponibiliza para os clientes a escolha entre janelas de 3 horas para receber a encomenda. Casos específicos que clientes entram em contato para que a janela de entrega seja reduzida não serão levados em consideração neste trabalho, até porque, na maioria das vezes, o cliente entra em contato muito próximo do momento da entrega, quando os pedidos já estão alocados nas rotas.

Além da escolha da janela de entrega, o cliente pode escolher realizar o pagamento no momento da entrega. Nesse caso, é necessário saber se algum cliente solicitou máquina de vale-refeição pois isso implica o retorno do *motoboy* ao centro de distribuição e, conseqüentemente, a cobrança de mais uma taxa pela empresa de transporte.

Essa informação é definida no momento da escolha pelo cliente da forma de pagamento na compra online e pode ser extraída da base de dados da *startup*. E, portanto, o parâmetro vale 1 caso o cliente tenha solicitado a máquina e 0, caso contrário.

7. IMPLEMENTAÇÃO DA SOLUÇÃO

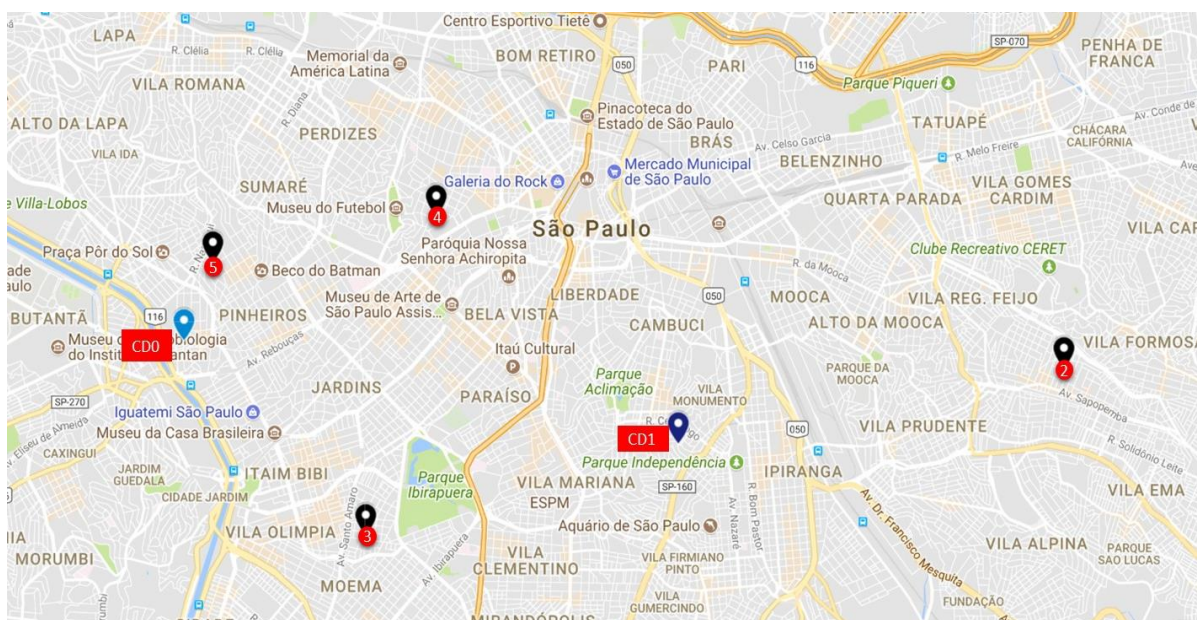
Para resolução a partir da modelagem matemática apresentada no Capítulo 5 utilizou-se do software *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8.0.0* para *Windows x86-64* com parâmetros padrão do software para teste do modelo e resolução de versões reduzidas do problema. A programação realizada em OPL está disponível no Apêndice A e segue a formulação do modelo apresentado no Capítulo 5.

A resolução do problema de maneira exata, apesar de poder ser realizada apenas para versões reduzidas do problema, permite avaliar o modelo matemático desenvolvido. Assim, foram realizados experimentos com populações aleatórias de pontos, alterando a localização de clientes e centros de distribuição, e também com populações específicas para testar o funcionamento de diversas restrições do modelo.

7.1. Testes preliminares

Inicialmente foram realizados testes em versões bem reduzidas a fim de validar a modelagem matemática realizada. Os testes foram realizados com 6 nós como dados de entrada, sendo 2 deles centros de distribuição e os outros 4 clientes a serem atendidos. Na Figura 19 podem ser observados a distribuição destes pontos no mapa.

Figura 19: Representação dos pontos de clientes e depósitos utilizados para testes



Fonte: Elaborado pela autora

A primeira questão observada foi se o modelo de fato viabilizava a abertura de mais de um CD. Para isso, o Teste 1 foi realizado considerando o custo de utilização (CU) do problema

real. Já no Teste 2 foram considerados os mesmos dados de entrada, exceto o CU, com o objetivo de realizar esta análise. Na Tabela 5 podem ser observados os dados de entrada do software, sendo eles custo de utilização, custo de coleta, demanda dos clientes e a solicitação de pagamento na entrega, mas também a solução obtida, evidenciando os CDs abertos, a rota realizada e o custo total obtido. A partir dos resultados apresentados, é possível comprovar o funcionamento do modelo quanto a esse quesito, visto que ao reduzir significativamente o custo de utilização, existe a abertura dos dois depósitos, que são representados pelos pontos 0 e 1.

Tabela 5: Dados e soluções obtidas nos testes 1 e 2

	Dados de entrada				Solução		
	<i>CU</i>	<i>CC</i>	<i>Demanda</i>	<i>Pagamento na entrega</i>	CDs abertos	Rota	Custo total
Teste 1	90	4	[50,150,200,75]	[0,0,0,0]	CD0	0-3-5-4-2	170.143
Teste 2	2	4	[50,150,200,75]	[0,0,0,0]	CD0 CD1	0-3-5-4 1-2	76.237

Fonte: Elaborado pela autora

Em seguida, foram analisadas as restrições relacionadas ao retorno das rotas ao CD para devolução da máquina de cartão, em casos que o cliente solicita o pagamento no ato de entrega. Foi possível observar no Teste 3, utilizando os mesmos dados do Teste 1, exceto a solicitação de pagamento na entrega, a indicação de retorno da rota aos centros de distribuição, como convencionado no modelo. Porém, observa-se que a necessidade do retorno impacta um aumento considerável no custo das rotas apresentado na Tabela 6.

Tabela 6: Dados e soluções obtidas nos testes 3

	Dados de entrada				Solução		
	<i>CU</i>	<i>CC</i>	<i>Demanda</i>	<i>Pagamento na entrega</i>	CDs abertos	Rota	Custo total
Teste 3	90	4	[50,150,200,75]	[1,0,0,0]	CD0	0-3-4-2-5-0	181.178

Fonte: Elaborado pela autora

Por fim, foi observado se o modelo respeitava a capacidade de cada veículo ao distribuir os clientes entre as rotas, o que é comprovado pelos resultados apresentados na Tabela 7. O Teste 4 prova que, em comparação com o Teste 1, aumentar a demanda de todos os clientes para R\$200,00 impossibilita que todos sejam atendidos na mesma rota, de forma que o cliente 2 seja atendido em uma nova rota. Com a realização do Teste 5 observa-se que a combinação

das rotas respeita exatamente a restrição de capacidade, ou seja, para a rota 0-4-2 tem como demanda total de 700 reais, bem como a rota 0-3-5.

Tabela 7: Dados e soluções obtidas nos testes 4 e 5

	Dados de entrada				Solução		
	<i>CU</i>	<i>CC</i>	<i>Demanda</i>	<i>Pagamento na entrega</i>	CDs abertos	Rota	Custo total
Teste 4	90	4	[200,200,200,200]	[0,0,0,0]	CD1	1-4-5-3 1-2	172.043
Teste 5	90	4	[200,500,500,200]	[0,0,0,0]	CD0	0-4-2 0-3-5	176.44

Fonte: Elaborado pela autora

7.2. Resolução do problema com dados reais

A seguir serão apresentados os experimentos realizados com dados reais obtidos na empresa estudada alterando o número de variáveis (clientes e depósitos) a fim de verificar o tempo computacional para resolução e, assim, constituir uma biblioteca de problemas e resultados que servirão, posteriormente, para avaliação dos métodos heurísticos empregados. Os testes foram realizados em um computador de sistema operacional *Windows 10*, com processador Intel® Core™ i7- 8550U CPU 1,60-2,29 GHz e com memória RAM instalada de 8,00 Gb.

Os dados apresentados na Tabela 8 foram utilizados como entrada no modelo para realização dos testes, em que quando o parâmetro pagamento na entrega tem valor 1, entende-se que o veículo que realizar essa entrega deverá levar a máquina de cartão e retornar ao depósito para devolvê-la.

Tabela 8: Dados inseridos no CPLEX

Nó cliente	Demanda (R\$)	Pagamento na entrega
3	209,62	0
4	207,1	1
5	266,2	1
6	250,9	0
7	110,1	0
8	127,3	0
9	159,6	0
10	44,4	1
11	235,08	1
12	161,4	0
13	162,9	0
14	258,1	0
15	300	1
16	142,5	0
17	183,9	1
18	270,9	1

Fonte: Elaborado pela autora

A distribuição destes pontos no mapa pode ser observada na Figura 20, onde podemos observar que há uma certa concentração dos clientes na região central, exceto pelo ponto 12. Além disso, os demais dados utilizados como parâmetros do modelo são apresentados nas Tabelas 9 a 12. A Tabela 9 é a matriz tempo para entre todos os pontos, incluindo os depósitos, que são os pontos 0, 1 e 2. E as Tabelas 10 a 12 são as matrizes de custo para cada um dos depósitos, também para todos os pontos, que devem ser utilizadas de acordo com o CD que for aberto.

Tabela 9: Matriz tempo

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	0,00	0,44	0,28	0,20	0,23	0,05	0,39	0,52	0,31	0,34	0,21	0,30	0,26	1,31	0,39	0,14	0,27	0,27	0,33	0,00
1	0,44	0,00	0,27	0,30	0,26	0,40	0,25	0,21	0,27	0,13	0,53	0,64	0,26	0,89	0,82	0,32	0,39	0,19	0,51	0,44
2	0,28	0,27	0,00	0,28	0,06	0,24	0,11	0,26	0,36	0,26	0,46	0,56	0,03	1,05	0,67	0,15	0,41	0,11	0,52	0,28
3	0,20	0,30	0,28	0,00	0,22	0,17	0,36	0,44	0,12	0,17	0,23	0,34	0,25	1,19	0,53	0,17	0,13	0,20	0,24	0,20
4	0,23	0,26	0,06	0,22	0,00	0,19	0,16	0,29	0,30	0,22	0,40	0,50	0,04	1,09	0,63	0,09	0,35	0,07	0,46	0,23
5	0,05	0,40	0,24	0,17	0,19	0,00	0,35	0,48	0,28	0,30	0,23	0,33	0,22	1,26	0,44	0,10	0,26	0,23	0,33	0,05
6	0,39	0,25	0,11	0,36	0,16	0,35	0,00	0,16	0,41	0,29	0,56	0,66	0,13	0,96	0,78	0,25	0,49	0,17	0,61	0,39
7	0,52	0,21	0,26	0,44	0,29	0,48	0,16	0,00	0,45	0,31	0,66	0,78	0,27	0,79	0,92	0,38	0,56	0,26	0,68	0,52
8	0,31	0,27	0,36	0,12	0,30	0,28	0,41	0,45	0,00	0,15	0,29	0,39	0,33	1,14	0,62	0,27	0,12	0,25	0,24	0,31
9	0,34	0,13	0,26	0,17	0,22	0,30	0,29	0,31	0,15	0,00	0,40	0,51	0,24	1,01	0,71	0,24	0,26	0,15	0,38	0,34
10	0,21	0,53	0,46	0,23	0,40	0,23	0,56	0,66	0,29	0,40	0,00	0,11	0,43	1,42	0,33	0,31	0,18	0,41	0,15	0,21
11	0,30	0,64	0,56	0,34	0,50	0,33	0,66	0,78	0,39	0,51	0,11	0,00	0,54	1,52	0,26	0,42	0,27	0,52	0,19	0,30
12	0,26	0,26	0,03	0,25	0,04	0,22	0,13	0,27	0,33	0,24	0,43	0,54	0,00	1,06	0,66	0,12	0,39	0,09	0,49	0,26
13	1,31	0,89	1,05	1,19	1,09	1,26	0,96	0,79	1,14	1,01	1,42	1,52	1,06	0,00	1,70	1,17	1,27	1,04	1,38	1,31
14	0,39	0,82	0,67	0,53	0,63	0,44	0,78	0,92	0,62	0,71	0,33	0,26	0,66	1,70	0,00	0,54	0,51	0,66	0,46	0,39
15	0,14	0,32	0,15	0,17	0,09	0,10	0,25	0,38	0,27	0,24	0,31	0,42	0,12	1,17	0,54	0,00	0,29	0,13	0,39	0,14
16	0,27	0,39	0,41	0,13	0,35	0,26	0,49	0,56	0,12	0,26	0,18	0,27	0,39	1,27	0,51	0,29	0,00	0,32	0,12	0,27
17	0,27	0,19	0,11	0,20	0,07	0,23	0,17	0,26	0,25	0,15	0,41	0,52	0,09	1,04	0,66	0,13	0,32	0,00	0,44	0,27
18	0,33	0,51	0,52	0,24	0,46	0,33	0,61	0,68	0,24	0,38	0,15	0,19	0,49	1,38	0,46	0,39	0,12	0,44	0,00	0,33
19	0,00	0,44	0,28	0,20	0,23	0,05	0,39	0,52	0,31	0,34	0,21	0,30	0,26	1,31	0,39	0,14	0,27	0,27	0,33	0,00

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 10: Matriz custo referente ao CD0

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	0,0	27,9	19,2	14,6	16,5	10,9	24,9	32,2	20,9	22,4	15,1	20,0	18,2	74,5	25,2	14,9	18,7	18,6	21,5	7,9
1	10,9	0,0	18,8	20,1	18,0	10,9	17,6	15,1	18,5	10,9	32,3	38,2	18,0	51,7	48,3	14,9	24,8	14,2	31,3	18,9
2	10,9	18,8	0,0	19,2	7,5	10,9	9,7	17,9	23,2	18,0	28,6	34,3	5,5	60,7	40,0	14,9	26,3	10,1	32,0	18,9
3	10,9	20,1	19,2	0,0	15,7	10,9	23,5	27,9	10,3	13,4	16,3	22,2	17,6	67,8	32,7	14,9	11,1	14,6	17,1	18,9
4	10,9	18,0	7,5	15,7	0,0	10,9	12,7	19,8	20,0	15,7	25,3	31,1	6,0	62,4	37,6	14,9	22,8	8,0	28,5	18,9
5	10,9	25,4	17,0	12,9	14,1	0,0	22,7	29,8	19,3	20,1	16,3	21,6	15,9	72,0	27,6	14,9	18,1	16,2	21,7	7,9
6	10,9	17,6	9,7	23,5	12,7	10,9	0,0	12,9	26,3	19,5	34,0	39,7	10,7	55,3	45,8	14,9	30,5	13,0	36,5	18,9
7	10,9	15,1	17,9	27,9	19,8	10,9	12,9	0,0	28,4	20,6	39,7	45,7	18,4	46,7	53,4	14,9	34,1	18,0	40,6	18,9
8	10,9	18,5	23,2	10,3	20,0	10,9	26,3	28,4	0,0	11,8	19,8	25,1	21,7	65,3	37,3	14,9	10,7	17,4	17,0	18,9
9	10,9	10,9	18,0	13,4	15,7	10,9	19,5	20,6	11,8	0,0	25,5	31,3	16,7	58,5	42,0	14,9	18,0	11,9	24,5	18,9
10	10,9	32,3	28,6	16,3	25,3	10,9	34,0	39,7	19,8	25,5	0,0	9,9	27,3	80,1	21,8	14,9	13,8	25,8	12,1	18,9
11	10,9	38,2	34,3	22,2	31,1	10,9	39,7	45,7	25,1	31,3	9,9	0,0	33,0	85,9	18,2	14,9	18,6	31,7	14,4	18,9
12	10,9	18,0	5,5	17,6	6,0	10,9	10,7	18,4	21,7	16,7	27,3	33,0	0,0	61,1	39,2	14,9	24,8	8,7	30,5	18,9
13	10,9	51,7	60,7	67,8	62,4	10,9	55,3	46,7	65,3	58,5	80,1	85,9	61,1	0,0	95,5	14,9	72,0	59,8	78,2	18,9
14	10,9	48,3	40,0	32,7	37,6	10,9	45,8	53,4	37,3	42,0	21,8	18,2	39,2	95,5	0,0	14,9	31,6	39,7	28,5	18,9
15	10,9	21,0	11,9	13,0	8,8	10,9	17,4	24,5	18,6	16,8	20,8	26,5	10,6	66,8	32,9	0,0	19,8	11,1	24,8	7,9
16	10,9	24,8	26,3	11,1	22,8	10,9	30,5	34,1	10,7	18,0	13,8	18,6	24,8	72,0	31,6	14,9	0,0	21,5	10,5	18,9
17	10,9	14,2	10,1	14,6	8,0	10,9	13,0	18,0	17,4	11,9	25,8	31,7	8,7	59,8	39,7	14,9	21,5	0,0	27,6	18,9
18	10,9	31,3	32,0	17,1	28,5	10,9	36,5	40,6	17,0	24,5	12,1	14,4	30,5	78,2	28,5	14,9	10,5	27,6	0,0	18,9

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 11: Matriz custo referente ao CD1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	0,0	10,9	19,2	14,6	16,5	6,5	24,9	32,2	20,9	14,9	15,1	20,0	18,2	74,5	25,2	11,8	18,7	14,9	21,5	18,9
1	27,9	0,0	18,8	20,1	18,0	25,4	17,6	15,1	18,5	14,9	32,3	38,2	18,0	51,7	48,3	21,0	24,8	14,9	31,3	7,9
2	19,2	10,9	0,0	19,2	7,5	17,0	9,7	17,9	23,2	14,9	28,6	34,3	5,5	60,7	40,0	11,9	26,3	14,9	32,0	18,9
3	14,6	10,9	19,2	0,0	15,7	12,9	23,5	27,9	10,3	14,9	16,3	22,2	17,6	67,8	32,7	13,0	11,1	14,9	17,1	18,9
4	16,5	10,9	7,5	15,7	0,0	14,1	12,7	19,8	20,0	14,9	25,3	31,1	6,0	62,4	37,6	8,8	22,8	14,9	28,5	18,9
5	6,5	10,9	17,0	12,9	14,1	0,0	22,7	29,8	19,3	14,9	16,3	21,6	15,9	72,0	27,6	9,4	18,1	14,9	21,7	18,9
6	24,9	10,9	9,7	23,5	12,7	22,7	0,0	12,9	26,3	14,9	34,0	39,7	10,7	55,3	45,8	17,4	30,5	14,9	36,5	18,9
7	32,2	10,9	17,9	27,9	19,8	29,8	12,9	0,0	28,4	14,9	39,7	45,7	18,4	46,7	53,4	24,5	34,1	14,9	40,6	18,9
8	20,9	10,9	23,2	10,3	20,0	19,3	26,3	28,4	0,0	14,9	19,8	25,1	21,7	65,3	37,3	18,6	10,7	14,9	17,0	18,9
9	22,4	10,9	18,0	13,4	15,7	20,1	19,5	20,6	11,8	0,0	25,5	31,3	16,7	58,5	42,0	16,8	18,0	14,9	24,5	7,9
10	15,1	10,9	28,6	16,3	25,3	16,3	34,0	39,7	19,8	14,9	0,0	9,9	27,3	80,1	21,8	20,8	13,8	14,9	12,1	18,9
11	20,0	10,9	34,3	22,2	31,1	21,6	39,7	45,7	25,1	14,9	9,9	0,0	33,0	85,9	18,2	26,5	18,6	14,9	14,4	18,9
12	18,2	10,9	5,5	17,6	6,0	15,9	10,7	18,4	21,7	14,9	27,3	33,0	0,0	61,1	39,2	10,6	24,8	14,9	30,5	18,9
13	74,5	10,9	60,7	67,8	62,4	72,0	55,3	46,7	65,3	14,9	80,1	85,9	61,1	0,0	95,5	66,8	72,0	14,9	78,2	18,9
14	25,2	10,9	40,0	32,7	37,6	27,6	45,8	53,4	37,3	14,9	21,8	18,2	39,2	95,5	0,0	32,9	31,6	14,9	28,5	18,9
15	11,8	10,9	11,9	13,0	8,8	9,4	17,4	24,5	18,6	14,9	20,8	26,5	10,6	66,8	32,9	0,0	19,8	14,9	24,8	18,9
16	18,7	10,9	26,3	11,1	22,8	18,1	30,5	34,1	10,7	14,9	13,8	18,6	24,8	72,0	31,6	19,8	0,0	14,9	10,5	18,9
17	18,6	10,9	10,1	14,6	8,0	16,2	13,0	18,0	17,4	14,9	25,8	31,7	8,7	59,8	39,7	11,1	21,5	0,0	27,6	7,9
18	21,5	10,9	32,0	17,1	28,5	21,7	36,5	40,6	17,0	14,9	12,1	14,4	30,5	78,2	28,5	24,8	10,5	14,9	0,0	18,9

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 12: Matriz custo referente ao CD2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	0,0	27,9	10,9	14,6	10,9	6,5	14,9	32,2	20,9	22,4	15,1	20,0	10,9	74,5	25,2	14,9	18,7	14,9	21,5	18,9
1	27,9	0,0	10,9	20,1	10,9	25,4	14,9	15,1	18,5	10,9	32,3	38,2	10,9	51,7	48,3	14,9	24,8	14,9	31,3	18,9
2	19,2	18,8	0,0	19,2	10,9	17,0	14,9	17,9	23,2	18,0	28,6	34,3	10,9	60,7	40,0	14,9	26,3	14,9	32,0	7,9
3	14,6	20,1	10,9	0,0	10,9	12,9	14,9	27,9	10,3	13,4	16,3	22,2	10,9	67,8	32,7	14,9	11,1	14,9	17,1	18,9
4	16,5	18,0	10,9	15,7	0,0	14,1	14,9	19,8	20,0	15,7	25,3	31,1	10,9	62,4	37,6	14,9	22,8	14,9	28,5	7,9
5	6,5	25,4	10,9	12,9	10,9	0,0	14,9	29,8	19,3	20,1	16,3	21,6	10,9	72,0	27,6	14,9	18,1	14,9	21,7	18,9
6	24,9	17,6	10,9	23,5	10,9	22,7	0,0	12,9	26,3	19,5	34,0	39,7	10,9	55,3	45,8	14,9	30,5	14,9	36,5	7,9
7	32,2	15,1	10,9	27,9	10,9	29,8	14,9	0,0	28,4	20,6	39,7	45,7	10,9	46,7	53,4	14,9	34,1	14,9	40,6	18,9
8	20,9	18,5	10,9	10,3	10,9	19,3	14,9	28,4	0,0	11,8	19,8	25,1	10,9	65,3	37,3	14,9	10,7	14,9	17,0	18,9
9	22,4	10,9	10,9	13,4	10,9	20,1	14,9	20,6	11,8	0,0	25,5	31,3	10,9	58,5	42,0	14,9	18,0	14,9	24,5	18,9
10	15,1	32,3	10,9	16,3	10,9	16,3	14,9	39,7	19,8	25,5	0,0	9,9	10,9	80,1	21,8	14,9	13,8	14,9	12,1	18,9
11	20,0	38,2	10,9	22,2	10,9	21,6	14,9	45,7	25,1	31,3	9,9	0,0	10,9	85,9	18,2	14,9	18,6	14,9	14,4	18,9
12	18,2	18,0	10,9	17,6	10,9	15,9	14,9	18,4	21,7	16,7	27,3	33,0	0,0	61,1	39,2	14,9	24,8	14,9	30,5	7,9
13	74,5	51,7	10,9	67,8	10,9	72,0	14,9	46,7	65,3	58,5	80,1	85,9	10,9	0,0	95,5	14,9	72,0	14,9	78,2	18,9
14	25,2	48,3	10,9	32,7	10,9	27,6	14,9	53,4	37,3	42,0	21,8	18,2	10,9	95,5	0,0	14,9	31,6	14,9	28,5	18,9
15	11,8	21,0	10,9	13,0	10,9	9,4	14,9	24,5	18,6	16,8	20,8	26,5	10,9	66,8	32,9	0,0	19,8	14,9	24,8	7,9
16	18,7	24,8	10,9	11,1	10,9	18,1	14,9	34,1	10,7	18,0	13,8	18,6	10,9	72,0	31,6	14,9	0,0	14,9	10,5	18,9
17	18,6	14,2	10,9	14,6	10,9	16,2	14,9	18,0	17,4	11,9	25,8	31,7	10,9	59,8	39,7	14,9	21,5	0,0	27,6	7,9
18	21,5	31,3	10,9	17,1	10,9	21,7	14,9	40,6	17,0	24,5	12,1	14,4	10,9	78,2	28,5	14,9	10,5	14,9	0,0	18,9

Fonte: Elaborado pela autora

Os clientes foram adicionados um a um na malha na ordem mostrada na Tabela 8. Os dados inseridos podem ser observados na Tabela 13, junto ao seu tempo computacional de processamento. Os veículos disponíveis foram divididos igualmente entre os depósitos abertos. Inicialmente, foram considerados apenas dois centros de distribuição como CDs candidatos, também com o objetivo de observar a alteração no aumento do tempo computacional ocasionada pela inserção de mais um depósito candidato.

Tabela 13: Dados inseridos em CPLEX e tempo computacional

Problema	Número de clientes	Número de CDs candidatos	Número de veículos disponíveis	Tempo (s)
1	1	2	2	00:00:00:32
2	2	2	2	00:00:00:29
3	3	2	4	00:00:00:34
4	4	2	4	00:00:00:37
5	5	2	10	00:00:00:87
6	6	2	12	00:00:01:24
7	7	2	14	00:00:01:69
8	8	2	16	00:00:04:98
9	9	2	18	00:00:07:50
10	10	2	20	00:00:23:42
11	11	2	22	00:00:51:60
12	12	2	24	00:00:44:07
13	13	3	24	00:02:43:49
14	14	3	27	00:03:20:24
15	15	3	27	00:02:47:46
16	16	3	30	< 02:44:24:76

Fonte: Elaborado pela autora

Podemos observar a partir dos testes incrementais realizados que o tempo para resolução do problema aumenta conforme são inseridas mais variáveis do problema. A partir do problema 13, o tempo de processamento passou a ser em torno de 3 horas, o que já é impraticável no dia a dia da empresa. Ressalta-se que conjunto de veículos para cada depósito candidato utilizados nos testes foram dispostos de maneira a não limitar a resolução do problema. Sendo assim, com a inserção de clientes, cresce também o número de veículos, aumentando o número de variáveis e restrições no modelo e, conseqüentemente, seu tempo para resolução.

Além da análise do tempo de processamento, podem ser observados na Tabela 14 as rotas geradas pelo método exato, bem como o custo total do período.

Tabela 14: Soluções geradas pelo método em CPLEX

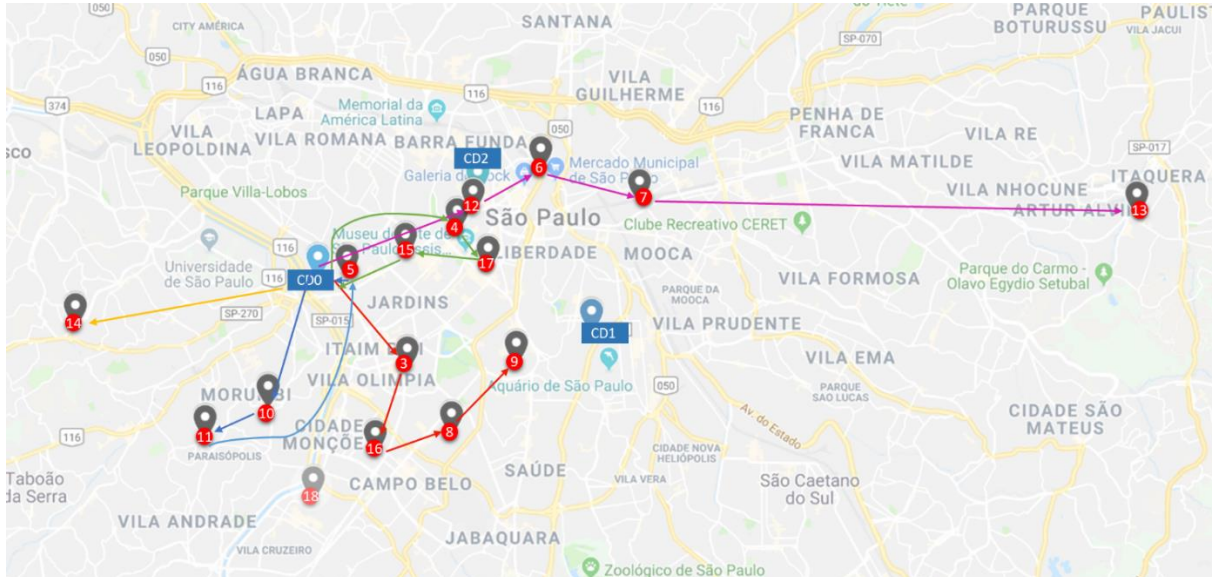
Problema	Rotas	CD aberto	Custo (R\$)	Quantidade de veículos utilizados
1	0-3	0	108,58	1
2	0-3-4-0	0	143,20	1
3	0-3-4-5-0	0	143,10	1
4	0-4-5-0; 0-3-6	0	171,36	2
5	0-3-6-7; 0-4-5-0	0	184,23	2
6	0-3-8-6-7; 0-4-5-0	0	197,33	2
7	0-3-8-9; 0-6-7; 0-4-5-0	0	211,82	3
8	1-7-6; 1-8-3; 1-4-5-10-9-1	1	229,99	3
9	0-10-11-5-0; 0-4-6-7-0; 0-3-8-9	0	243,54	3
10	0-4-12-6-0; 0-3-8-9-7; 0-10-11-5-0	0	255,39	3
11	0-12-6-7-13; 0-4-0; 0-3-8-9; 0-10-11-5-0	0	310,56	4
12	0-12-6-7-13; 0-4-5-0; 0-3-8-9; 0-10-11-14-0	0	328,77	4
13	0-10-11-5-0; 0-12-6-7-13; 0-4-15-0; 0-3-8-9; 0-14	0	343,63	4
14	0-10-11-5-0; 0-12-6-7-13; 0-4-15-0; 0-3-16-8-9; 0-14	0	355,10	5
15	0-10-11-5-0; 0-12-6-7-13; 0-3-16-8-9; 0-4-17-15-0; 0-14	0	363,09	5
16	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pela autora

Uma visualização gráfica dos resultados para o caso de 15 clientes com a formação de 5 rotas, sendo 2 delas com retorno ao depósito, pode ser observada na Figura 21. Assim como em

todos os problemas, exceto no 8, a solução do problema 15 tem como CD ótimo a localização atual da empresa.

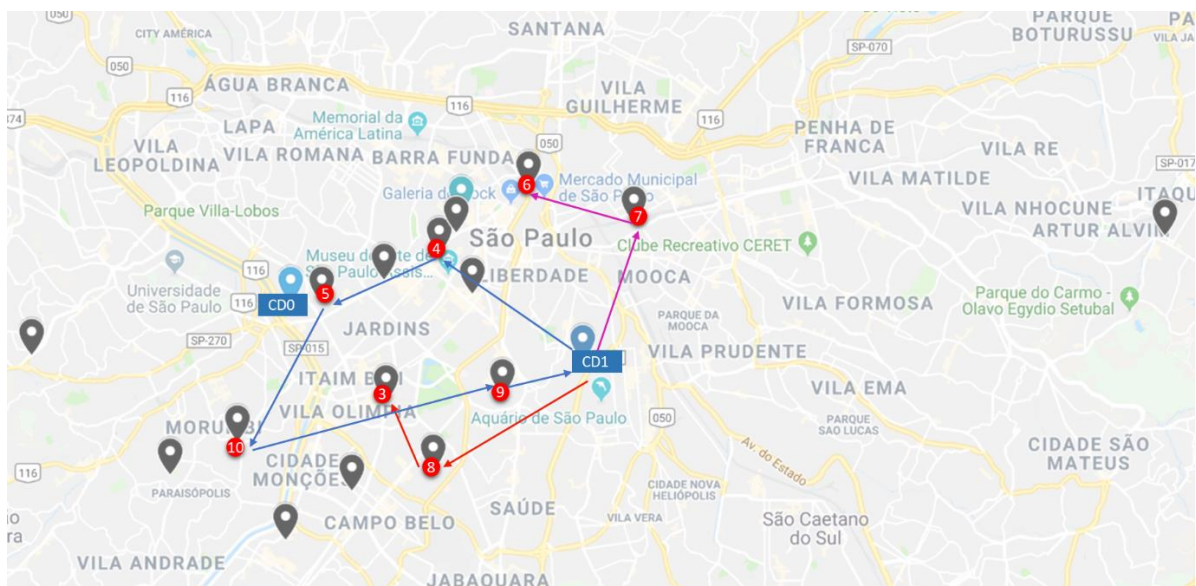
Figura 21: Rotas geradas pelo método exato para 15 clientes



Fonte: Elaborado pela autora

Pode parecer curioso o fato de apenas no problema 8 a solução considerar o CD 1 como único depósito aberto. Porém, como está sendo levado em consideração apenas uma quantidade muito pequena de clientes, a solução é muito sensível à localização dos clientes. Na Figura 22, observa-se que ambos os CDs estão próximos aos clientes e que a diferença de custo entre as soluções provavelmente é pouco significativa.

Figura 22: Rotas geradas pelo método exato para o problema 8



Fonte: Elaborado pela autora

A partir dos resultados obtidos pelo método exato desenvolvido em CPLEX conclui-se que o CD atual da empresa se mostra como solução ótima para o problema. Entretanto, os testes só puderam ser realizados em versões muito reduzidas, uma vez que o tempo de processamento aumenta de forma acentuada conforme são inseridos novos clientes e mais veículos disponíveis.

Esse comportamento do tempo de resolução é condizente com um problema *NP-hard*, dado o elevado número de variáveis e restrições do problema. Evidenciou-se também que existe uma limitação computacional para resolução do problema já quando considerados 16 clientes, 3 depósitos candidatos e 30 veículos disponíveis, retornando um erro de memória computacional insuficiente, conforme Tabela 13. O número de clientes atendidos atualmente é em média 150 por período de entrega, o que confirma a inviabilidade do uso do método exato de resolução para análises de grande escala, que é justamente quando se espera observar a necessidade de abertura de mais de um centro de distribuição sem o uso de máquinas de alta capacidade computacional, que são de difícil acesso pela empresa.

8. MÉTODO HEURÍSTICO DE RESOLUÇÃO

Devido à impossibilidade de resolução do problema através do método exato por capacidade computacional insuficiente, além do elevado tempo de processamento, conforme já apresentado no Capítulo 7 foi desenvolvido uma heurística que fosse acessível pela empresa, mas que, ainda assim, resultasse em soluções próximas da ótima. O capítulo atual apresentará, primeiramente, as adaptações feitas a heurísticas desenvolvidas por pesquisadores do tema e, então, a implementação e descrição do algoritmo desenvolvido. Por fim, foi testada a eficácia do algoritmo em relação ao modelo de resolução ótima já apresentado.

8.1. Desenvolvimento do algoritmo

Como referência para este problema, Moshref-Javadi e Lee (2016) definiram o *Latency Location-Routing Problem* (LLRP) como um problema cujo objetivo é minimizar o tempo de espera pelos clientes, determinando de forma ótima a localização, alocação e decisões de roteamento ao mesmo tempo. Segundo os autores, esse problema pode ser visto como uma combinação de dois problemas de otimização. O primeiro problema é o de Localização da Instalação e o segundo é o Roteamento de Veículos Capacitados e Cumulativos.

Entretanto, segundo Srivastava e Benton (1990), a abordagem usual adotada para solução de LRP é o método sequencial, que são capazes de fornecer soluções de boa qualidade. Assim, foi definido a sequência das diferentes tomadas de decisões dentro do problema.

Dado o caso que está sendo tratado, as possíveis instalações são limitadas e com localização pré-estabelecidas. Tem-se, então, 4 decisões a serem tomadas, sendo as duas primeiras relacionadas à localização de facilidades e as outras duas à roteirização de veículos:

1. Quais instalações utilizar;
2. Quais clientes alocar a quais instalações;
3. Quais clientes atribuir a quais rotas;
4. Em qual ordem os clientes dentro de uma mesma rota devem ser atendidos.

8.1.1. Decisão de facilidades utilizadas

Para esta primeira tomada de decisão, além de quais instalações utilizar, é necessário também definir quantos centros de distribuição utilizar. Conforme mencionado na revisão da literatura, é possível resolver essa questão a partir do método do múltiplo centro de gravidade. Baseado no algoritmo de centralidade utilizado por Moshref-Javadi e Lee (2016), considera-se um coeficiente de centralidade do depósito ($cent_g$), calculado em função das distâncias do

depósito a cada cliente, como parte do critério para abertura de depósitos, permitindo avaliar quais os depósitos mais bem localizados, mas não indica o número de depósitos a serem utilizados. A centralidade para um depósito g é calculada usando a fórmula (8.1), onde C_{gi} é o custo de deslocamento do depósito g ao cliente i :

$$cent_g = \sum_{i \in V} \frac{1}{1 + C_{gi}} \quad (8.1)$$

Entretanto, pela repetição do procedimento com vários números de instalações, torna-se possível encontrar o melhor número de instalações e suas respectivas localizações. Neste caso, os cenários são as combinações de possíveis números de instalações a serem utilizadas. Ou seja, para um problema com $|W|$ depósitos candidatos, analisa-se $|W|$ cenários: cenário 1 com a abertura de 1 único depósito, cenário 2 com a abertura de 2 depósitos e assim por diante até o cenário $|W|$ em que são utilizados todos os depósitos candidatos.

Para cada cenário, o critério para abertura do centro de distribuição considera apenas a proximidade do depósito aos clientes, representada pelo coeficiente de centralidade ($cent_g$), visto que os custos de utilização de cada depósito são muito próximos uns dos outros, já que no caso estudado todos se localizam na mesma cidade.

8.1.2. Decisão de alocação

Uma vez identificado quais centros de distribuição utilizar em cada cenário, ou seja, os mais bem localizados em relação aos clientes, parte-se para alocação dos clientes para cada depósito aberto. Moshref-Javadi e Lee (2016) consideraram também os coeficientes de centralidade para atribuir veículos aos depósitos abertos e então a política de vizinhança mais próxima foi usada para formar as rotas, enquanto a capacidade dos veículos fosse respeitada. Entretanto, para o problema estudado neste trabalho, não há restrições quanto ao número de veículos uma vez que o transporte é terceirizado.

Porém, será utilizado um critério análogo para a alocação de clientes nas instalações abertas com os centros de distribuição de maior coeficiente de centralidade recebendo maior parcela dos clientes, semelhante ao desenvolvido por Giordano (2016). Dessa forma, o número de clientes que um depósito aberto receberá é calculado por:

$$\text{Número de clientes alocados ao Centro de Distribuição } g = \left(\frac{cent_g}{cent_t} \right) \cdot |N| \quad (8.2)$$

Na fórmula (8.2), $cent_t$ é a soma dos coeficientes de centralidade das demais instalações abertas no cenário que está sendo considerado e $|N|$ é o número total de clientes.

Uma vez que se estabeleceu o número de clientes alocados a cada centro de distribuição, a próxima decisão consiste em identificar quais clientes alocar a estes. Para isso, será utilizado como critério os clientes mais próximos à instalação até que o número de clientes atribuídos ao centro de distribuição seja atendido. Inicia-se pela instalação aberta de maior centralidade e, então, repete-se a mesma lógica para os demais centros de distribuição abertos no cenário em questão.

8.1.3. Decisão de roteirização

Após a decisão dos centros de distribuição utilizados em cada cenário e a alocação de clientes, será iniciada a construção dos roteiros. Sendo assim, as decisões de quais clientes inserir em quais roteiros e em qual ordem visitar os clientes inseridos no roteiro são realizadas de forma simultânea.

Conforme apresentado na revisão da literatura, as heurísticas de inserção estão entre as mais eficientes para problemas de Roteamento de veículos com janelas de tempo, sendo que a de Solomon (1987), apresenta soluções de boa qualidade para os problemas testados.

Conforme já apresentado na seção 4.3, os critérios de inicialização são exclusivos e podem ser o cliente mais distante ainda não alocado ou o cliente com o menor valor de fim da janela de tempo. Neste trabalho será utilizado o cliente mais distante ainda não alocado como critério de inicialização de uma nova rota.

Após iniciada uma rota, existem 2 critérios para inserção a serem considerados, que serão tratados como c_1 e c_2 . O primeiro critério c_1 (fórmula 8.3) determina, para cada cliente ainda não alocado, a melhor posição de inserção, sendo composto por 2 subcritérios, c_{11} (8.4) e c_{12} (8.5), que avaliam, respectivamente, os impactos negativos da inserção na distância e no tempo. É calculado o c_1 para cada cliente u e cada posição p e deseja-se o menor c_1 a fim de minimizar esse impacto.

$$c_1(i(u), u, j(u)) = \alpha c_{11} + (1 - \alpha)c_{12} \quad (8.3)$$

$$c_{11} = (d_{iu} + d_{uj} - \mu d_{ij}) \quad (8.4)$$

$$c_{12} = (b_j^u - b_j) \quad (8.5)$$

O critério c_2 (fórmula 8.6) determina o benefício da inserção de um determinado cliente em uma certa posição no roteiro em comparação com a construção de uma nova rota direta a esse mesmo cliente u . O melhor cliente u^* a ser é aquele que maximiza c_2 .

$$c_2(i(u), u, j(u)) = \lambda d_{0u} - c_1(i(u), u, j(u)), \quad \lambda \geq 0 \quad (8.6)$$

Apesar de ser um método muito eficiente, são necessárias adaptações ao método proposto por Solomon (1987). Dois pontos são observados: não é necessário minimizar a distância total, mas sim o custo, e existe custo de retorno quando o veículo transporta máquina de cartão.

Sendo assim, a fim de adaptar a heurística ao primeiro problema mencionado, considera-se no critério c_1 , em vez das distâncias (fórmula 8.4), minimizar o custo total da inserção do cliente u na rota, entre os clientes i e j , uma vez que o custo não é proporcional à distância, conforme a fórmula (8.7). O mesmo é considerado para o critério c_2 (8.8), alterando distância pelo custo.

$$c_1(i(u), u, j(u)) = \alpha (c_{i(p-1)u} + c_{uip} - \mu c_{i(p-1)ip}) + (1-\alpha)(b(i_p)^u - b(i_p)), \mu \geq 0 \quad (8.7)$$

$$c_2(i(u^*), u^*, j(u^*)) = \lambda c_{0u} - c_1(i(u), u, j(u)), \lambda \geq 0 \quad (8.8)$$

Além disso, a fim de adaptar o método quanto ao retorno ao depósito, um custo de retorno deve ser adicionado à rota nos casos que um cliente que solicitou o pagamento na entrega é adicionado na rota. Ou seja, além do custo acrescido pela inserção do cliente, uma nova parcela do custo de retorno deve ser considerada, caso o cliente solicite a máquina de cartão e o veículo ainda não transporte a mesma conforme a fórmula (8.9).

$$c_1(i, u, j) = \alpha (c_{i(p-1)u} + c_{uip} - \mu c_{i(p-1)ip} + p_u \cdot (1 - r_v) c_{l,N+1}) + (1-\alpha)(b(i_p)^u - b(i_p)) \quad (8.9)$$

Sendo:

- p_u : 1, se o cliente i solicitou máquina de cartão; 0, caso contrário
- r_v : 1, se veículo v transportar máquina de cartão; 0, caso contrário
- l : último cliente da rota em construção

Nesses casos, o critério c_2 também deve ser alterado, visto que a heurística de inserção tenta maximizar o benefício da manutenção de um cliente u^* na rota em construção em vez de em uma rota direta para atendê-lo. Ou seja, caso o pagamento do cliente u^* seja realizado na entrega, deve-se considerar também o custo de retorno, uma vez que essa nova rota deveria retornar ao depósito.

$$c_2(i(u^*), u^*, j(u^*)) = \lambda(c_{0u} + c_{u0} \cdot p_u) - c_1(i(u), u, j(u)), \quad \lambda \geq 0$$

Portanto, a heurística segue a seguinte lógica:

- 1) Calcular coeficientes de centralidade para cada depósito candidato.
- 2) Aplicar próximos passos para cada cenário (1, 2 até $|W|$ CDs abertos)

- 3) Calcular número de clientes a serem alocados a cada centro de distribuição, de acordo com a sua centralidade.
- 4) Ordenar clientes em ordem crescente de distância para cada depósito.
- 5) Para os $|W|$ CDs abertos, em ordem decrescente de coeficiente de centralidade, alocar o número de clientes determinado mais próximos a cada CD, eliminando-os da lista ordenada dos CDs seguintes. Os passos 6 a 9 devem ser realizados para cada centro de distribuição individualmente.
- 6) Inicia-se uma nova rota com a inserção do cliente não atendido mais distante ao centro de distribuição. Se todos os clientes do CD já estiverem roteados, passar para o próximo CD e, depois de considerados todos os depósitos abertos, avançar para o passo 10.
- 7) Avalia-se quais cliente são candidatos à inserção, respeitando a capacidade do veículo. Se não houver ao menos um cliente candidato, retornar à etapa 6.
- 8) Para cada cliente candidato u , calcular custo de inserção do cliente na rota. Verificar o impacto da inserção do cliente no roteiro em termos de tempo de entrega, respeitando as janelas de tempo.
- 9) Calcular benefício da adição do cliente u ao roteiro em comparação a uma nova rota. Adicionar ao roteiro o cliente com maior valor positivo e retornar à etapa 7. Caso não haja clientes com valor positivo, retornar à etapa 6.
- 10) Calcular custo total do cenário. Retornar ao passo 2.
- 11) Escolher como solução o cenário de menor custo total.

8.2. Implementação do Método Heurístico

A implementação do algoritmo desenvolvido para resolução do problema através do método heurístico foi realizada no programa Python 3.7.0. A opção de Python como linguagem de programação utilizada se deu pela facilidade de implementação oferecida pela mesma, além de ser um *software* de livre acesso bastante utilizado corporativamente para resolução de problemas de otimização, de acordo com o *site* do Python, apesar de ser um pouco mais difícil a comunicação direta entre o programa e as bases de dados construídas em Excel.

O programa implementado segue as etapas do algoritmo adaptado da heurística descritas de forma mais detalhada na Figura 23 com a resolução sequencial do problema. Primeiramente, são calculados todos os coeficientes de centralidade e, então, para cada cenário, decide-se primeiro quais depósitos utilizar, em seguida quantos clientes e quais clientes alocar a cada

depósito e, finalmente, é realizada a formação das rotas de entrega. O código do programa implementado encontra-se disponível no Apêndice B.

Figura 23: Descrição da Heurística adaptada para resolução do problema de localização e roteirização

Início Algoritmo de resolução

Calcular coeficientes de centralidade ($cent_g$) para cada depósito candidato e ordená-los em ordem decrescente.

Enquanto i for menor ou igual a $|W|$

Abrir os i centros de distribuição com maior valor de $cent_i$

Calcular matrizes distância, tempo e custo

Executar Algoritmo de alocação de clientes

Executar Algoritmo de roteirização para cada centro de distribuição aberto

Calcular custo total do cenário

Atualizar o valor de i , acrescentando-lhe uma unidade

Escolher como solução o cenário de menor custo total.

Fim

Início Algoritmo de alocação de clientes

Calcular número de clientes a serem alocados a cada centro de distribuição (N_g) baseado no valor de $cent_g$.

Ordenar clientes por ordem crescente de distância em relação aos depósitos

Alocar clientes aos CDs abertos com base na maior proximidade, priorizando os de maior $cent_g$, até que o número de clientes alocados no mesmo atinja o valor de N_g .

Fim

Início Algoritmo de roteirização

Clientes já ordenados em relação à distância ao depósito (vetor ordenação)

Enquanto existir cliente ainda não alocado

Se nova rota deve ser criada

Atualizar número de veículos utilizados (somar 1 unidade)

Inicializar posição inicial e capacidade utilizada da rota

Inserção do cliente não atendido mais distante do depósito na posição 1

Determinar Vetor clientes factíveis igual ao vetor ordenação

Senão

Executar Inserção cliente

Verificar se após inserção de cliente u o veículo deve retornar ao depósito

Atualizar capacidade utilizada do veículo

Remover cliente u de vetor ordenação e de vetor de clientes factíveis

Fim

Início Inserção cliente

Se não existe cliente factível então

Nova rota deve ser criada

Senão

Verificar clientes infactíveis em relação à capacidade

Se não houver mais nenhum cliente factível então

Nova rota deve ser criada

Senão

Para cada cliente candidato u :

Para cada posição p da rota:

Executar Critério c_1

Atualizar valor mínimo de c_1 e guardar posição p

Salvar mínimo c_1 e p para cada cliente

Se não houver inserção factível então

Nova rota deve ser criada

Senão

Para cada cliente factível:

Calcular critério c_2 (com valores de c_1 mínimos)

Atualizar valor máximo de c_2

Atualizar cliente e posição da rota que maximiza c_2

Se não houver c_2 positivo então

Nova rota deve ser criada

Senão atualizar rota com a inserção do cliente u

Fim

Início Critério c_1

Calcular novos instantes de chegada após inserção de cliente u na posição p

Para cada cliente localizado após o cliente u (u inclusive):

Verificar se restrição de janela de tempo ainda é atendida Se alguma restrição de janela de tempo não for atendida então Retornar que inserção de cliente u na posição p é infactível Senão Se o veículo não precisa retornar ao depósito e cliente u solicitou máquina Calcular termo c_{11} e adicionar taxa de retorno do último cliente ao termo Senão Calcular termo c_{11} Calcular termo c_{12} Retornar critério $c_1 = \alpha c_{11} + (1 - \alpha) c_{12}$ Fim

Fonte: Elaborado pela autora

Os dados de entrada são do mesmo tipo dos da resolução exata. Tem-se, portanto, todas as informações dos clientes, sendo elas coordenadas geográficas, demanda, solicitação de pagamento na entrega e janela de entrega. Além disso, as informações também dos centros de distribuição candidatos (localização e custo de utilização) e dos veículos, ou seja, capacidade e custo de coleta dos pedidos apenas, visto que a frota é ilimitada.

A partir das coordenadas geográficas dos dados principais o programa também calcula os seguintes dados que serão fundamentais para decisão:

- Matriz de distância entre clientes e depósitos considerados em cada cenário
- Matriz de tempo de deslocamento entre clientes depósitos
- Matriz de custo de transporte entre clientes e depósitos para cada um dos CDs

8.3. Validação do Método Heurístico

Inicialmente, foram realizados testes a fim de obter a validação da heurística construtiva desenvolvida. Os experimentos foram realizados em tamanhos reduzidos para que fosse possível comparar o comportamento do modelo aos resultados oferecidos pela resolução exata em CPLEX, visto que não há capacidade computacional para testar com a demanda real atendida pela empresa. Foram observadas questões relacionadas à variação de parâmetros.

Os primeiros testes realizados foram em comparação às simulações com dados reais no modelo de resolução exata no Capítulo 7, que em cada novo teste acrescenta-se um novo cliente. Nessa primeira análise teve-se como objetivo principal observar a diferença de custo total entre

a solução ótima e a solução obtida pelo algoritmo desenvolvido. Na Tabela 15 pode-se visualizar a comparação dos valores obtidos em cada uma das propostas de solução e o desvio percentual em relação ao custo ótimo.

Tabela 15: Comparação entre a solução real e solução obtida através da heurística

Número de clientes	Número de CDs	Custo ótimo (R\$)	Custo obtido (R\$) com $\alpha = 1$	Desvio
3	2	143,10	143,42	0,22%
4	2	171,36	171,75	0,23%
5	2	184,23	185,95	0,93%
6	2	197,33	205,97	4,38%
7	2	211,82	233,31	10,15%
8	2	229,99	266,09	15,70%
9	2	243,54	308,94	26,85%
10	2	255,39	310,77	21,68%
11	2	310,56	321,41	3,49%
12	2	328,77	388,90	18,29%
13	3	343,63	371,40	8,08%
14	3	355,10	381,90	7,55%
15	3	363,09	411,78	13,41%
Média				10,07%

Fonte: Elaborado pela autora

Conforme observado na Tabela 15 acima, o desvio percentual médio dos custos totais obtidos pelo algoritmo em relação à solução exata foi de 10,07%, apesar de em alguns casos ter sido acima de 15%. Esses resultados ainda que em tamanho reduzido, quando comparado ao problema real, mostram que a heurística proposta é capaz de gerar soluções bastante satisfatórias.

Além da comparação com os testes já realizados a partir do modelo de resolução exata, foram realizadas novas simulações. Decidiu-se efetuar testes com 12 clientes e 3 depósitos candidatos, mas variando os clientes em questão, escolhidos aleatoriamente da base histórica real de roteiros, e mantendo fixos os CDs candidatos, formando 10 conjuntos de pontos para testes. Foi novamente avaliado a eficácia da heurística através do desvio percentual do custo total em relação às soluções ótimas e, então, o parâmetro α do algoritmo será analisado. Os

custos obtidos tanto pela resolução exata em CPLEX, quanto pela heurística, podem ser observados na Tabela 16.

Tabela 16: Comparação entre soluções ótimas e soluções obtidas pela heurística para conjuntos diferentes de 12 clientes e 3 centros de distribuição

Conjunto de pontos	Custo ótimo (R\$)	Custo obtido (R\$) com $\alpha = 1$	Desvio
1	328,76	367,51	11,79%
2	369,36	383,44	3,81%
3	267,07	316,71	18,59%
4	290,38	318,92	9,83%
5	297,01	303,35	2,13%
6	357,22	389,87	9,14%
7	277,60	308,61	11,17%
8	288,05	290,15	0,73%
9	265,31	300,18	13,14%
10	326,98	340,24	4,06%
Média			8,44%

Fonte: Elaborado pela autora

Os resultados acima indicam, mais uma vez, que na maioria dos testes o algoritmo retorna um custo com diferença de menos de 10% em relação ao ótimo, sendo em média 8,44% para cenários de 12 clientes e 3 depósitos possíveis. Além disso, em todas as situações foi utilizado como mesmo parâmetro α o valor de 1.

Conforme já mencionado, o critério de inserção c_1 da heurística de roteirização de Solomon (1987) é uma média ponderada dos subcritérios c_{11} (impacto na distância e, consequentemente, no custo) e c_{12} (impacto no tempo), onde são multiplicados por α e $(1 - \alpha)$, respectivamente. Isso significa que, nos casos da Tabela 16 acima, ao utilizar o valor de $\alpha = 1$, apenas o subcritério c_{11} teve impacto na decisão de inserção, que é referente ao aumento do custo, ignorando o fator do tempo.

Inicialmente optou-se por esse valor visto que reduzir a janela de tempo das rotas não traz benefícios financeiros, desde que respeite o limite de 3 horas escolhido pelo cliente final. A janela de tempo seria apenas uma restrição para inserir clientes como factíveis para cada rota, em vez de se buscar também reduzi-la. Entretanto, o parâmetro α pode ser alterado, podendo ou não resultar em uma redução do custo total.

A fim de analisar a possibilidade de cenários de maior eficácia, variou-se o valor de α para dois conjuntos de pontos analisando os custos obtidos e o desvio em relação à solução ótima. A Tabela 17 reflete os resultados obtidos para o conjunto de pontos 10 em comparação ao custo ótimo de R\$326,98 e a

Tabela 18 os custos obtidos pela heurística em relação ao cenário com 15 clientes e os 3 CDs candidatos com custo ótimo de R\$363,07 e que apresentou um dos maiores desvios quando utilizado o parâmetro $\alpha = 1$.

Tabela 17: Impacto do parâmetro α na eficácia do algoritmo para o conjunto de pontos 10

Teste	Conjunto de pontos	Custo obtido (R\$)	Valor de α	Desvio
1	10	379,61	0,1	16.10%
2	10	360,07	0,2	10.12%
3	10	360,07	0,3	10.12%
4	10	367,74	0,4	12.47%
5	10	367,74	0,5	12.47%
6	10	355,29	0,6	8.66%
7	10	355,29	0,7	8.66%
8	10	353,34	0,8	8.06%
9	10	340,24	0,9	4.06%
10	10	340,24	1	4.06%
Custo ótimo		326,98		

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 18: Impacto do parâmetro α na eficácia do algoritmo para o conjunto de 15 clientes

Teste	Conjunto de pontos	Custo obtido (R\$)	Valor de α	Desvio
1	15 clientes e 3 CDs	499,93	0,1	37.69%
2		482,28	0,2	32.83%
3		469,28	0,3	29.25%
4		423,01	0,4	16.50%
5		414,67	0,5	14.21%
6		414,67	0,6	14.21%
7		414,67	0,7	14.21%
8		416,85	0,8	14.81%
9		416,85	0,9	14.81%
10		411,78	1	13.41%
Custo ótimo	R\$363,09			

Fonte: Elaborado pela autora

A partir dos dois cenários analisados pode-se concluir que valores de α mais próximos a 1 geram soluções de menor custo total. Sendo assim, o termo c_{11} (acréscimo de custo) é mais relevante que c_{12} (acréscimo de tempo), visto que é mais importante ter o menor acréscimo possível no custo da rota ao inserir um novo cliente do que reduzir o tempo da rota, desde que respeite a janela de entrega.

Ao considerar valores diferentes de 1 para o parâmetro em questão, rotas diferentes são criadas, visando reduzir o tempo das rotas, tornando as entregas mais caras. Sendo assim, dado que o algoritmo garante a restrição das janelas de tempo para todas as rotas, será utilizado como valor de $\alpha = 1$, visando obter sempre o menor custo possível para os cenários, além de oferecer as soluções com menor desvio em relação à solução ótima obtida pelo modelo exato em CPLEX. Portanto, pode-se concluir, através dos testes realizados, que o algoritmo desenvolvido oferece soluções de boa qualidade e possibilita resolver o problema em suas dimensões reais.

9. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos na resolução do problema na dimensão real com a heurística desenvolvida. O objetivo é analisar qual a configuração da distribuição dos produtos da *Liv Up* aos clientes finais é a mais adequada para o momento da empresa, além de identificar possíveis benefícios de novas localizações para os depósitos da empresa.

São apresentadas também análises de sensibilidade a fim de identificar a variação da solução obtida com a mudança de alguns fatores internos ou externos à empresa, como o aumento da demanda e redução do custo de utilização dos depósitos. Com isso, busca-se identificar como alterações no cenário podem impactar grandes mudanças na configuração da rede de distribuição da empresa.

9.1. Solução obtida

Utilizando a heurística sequencial descrita no Capítulo 7, é possível encontrar uma solução de boa qualidade, conforme a validação do método quando comparado à solução ótima, para o problema de localização de centros de distribuição e roteirização em sua dimensão real. Tem-se como objetivo, primeiramente, analisar se, dada a demanda atual da empresa, a configuração atual da empresa é a mais adequada para o momento da *Liv Up*.

O cenário atual da empresa será avaliado com 4 CDs candidatos, sendo um deles o atual em destaque na Figura 24.

Figura 24: Mapa de São Paulo com os pontos de CDs candidatos e depósito existente em destaque



Fonte:

Elaborado pela autora com ferramenta *google maps*

Visto que a demanda não é constante, não existe um roteiro que possa ser repetido. Ou seja, os pontos onde há demanda e seu valor nunca serão os mesmos em um novo dia de entregas. Sendo assim, serão analisados cenários com pontos de demanda do histórico da empresa, buscando-se uma aproximação da demanda atendida pela empresa.

Além disso, a demanda é de certa forma irregular variando de acordo com o dia da semana. Por exemplo, na segunda feira o número de pedidos é maior, pois acumulam as compras realizadas ao longo do fim de semana, uma vez que só são realizadas entregas aos sábados pela manhã. Além disso, não são todas as regiões que são atendidas todos os dias. Conforme já mencionado, algumas áreas são atendidas apenas às terças e quintas feiras, por exemplo.

Sendo assim, será tomado como base semanas normais de entregas realizadas pela empresa abrangendo dias mais e menos cheios e pontos de demanda em toda a região atendida.

Foram analisadas 2 semanas de entregas realizadas no mês de setembro pela empresa, para garantir que os dados de entrada de uma das semanas não enviesassem o resultado. Os dados inseridos serão tratados como semana 1 e semana 2, conforme Tabela 19.

Tabela 19: Número de entregas por dias das semanas e média

Semana 1			Semana 2		
Dia	Período	Número de entregas	Dia	Período	Número de entregas
Segunda	Tarde	210	Segunda	Tarde	120
	Noite	226		Noite	210
Terça	Manhã	172	Terça	Manhã	175
	Tarde	93		Tarde	127
	Noite	177		Noite	134
Quarta	Manhã	140	Quarta	Manhã	129
	Tarde	93		Tarde	82
	Noite	133		Noite	106
Quinta	Manhã	146	Quinta	Manhã	137
	Tarde	81		Tarde	74
	Noite	112		Noite	111
Sexta	Manhã	114	Sexta	Manhã	119
	Tarde	102		Tarde	84
Sábado	Manhã	139	Sábado	Manhã	123
Média		138,4	Média		123,6

Fonte: Dados fornecidos pela empresa

A partir destes dados, foi primeiramente analisado o custo da configuração atual, utilizando a heurística desenvolvida com apenas um CD candidato, sendo ele o depósito atual da *Liv Up* em Pinheiros. Em seguida, foram inseridos todos os centros de distribuição candidatos conforme apresentados na Figura 24, permitindo que o programa definisse qual seria o melhor. Os resultados obtidos para os cenários com apenas 1 centro de distribuição, tanto o custo para configuração atual quanto o custo para a solução obtida quando considerados todos os depósitos e o CD definido pela heurística neste caso, podem ser observados na Tabela 20 para a semana 1 e na Tabela 21 para a semana 2. A diferença percentual foi calculada pela divisão entre a diferença do custo da solução considerando todos os CDs com o depósito em Pinheiros e o custo total da configuração atual. Ou seja, quando a diferença percentual é negativa é mais vantajoso um novo CD do que o atual, porém quando é 0%, o programa oferece a mesma solução que a já existente na empresa.

Tabela 20: Comparação do custo da configuração atual e a solução obtida pelo algoritmo para semana 1

Dia	Período	Custo configuração atual	Custo com 1 CD aberto	Qual CD abre	Diferença Percentual
Segunda	Tarde	3520,28	3463,18	2	-1,6%
	Noite	3817,70	3797,32	2	-0,5%
Terça	Manhã	3077,42	3077,42	0	0,0%
	Tarde	1459,45	1529,87	2	4,8%
	Noite	2930,50	3008,21	2	2,7%
Quarta	Manhã	2471,51	2471,51	0	0,0%
	Tarde	1624,98	1624,98	0	0,0%
	Noite	2340,47	2340,47	0	0,0%
Quinta	Manhã	2396,16	2396,16	0	0,0%
	Tarde	1445,48	1445,48	0	0,0%
	Noite	2017,41	2001,73	2	-0,8%
Sexta	Manhã	1973,11	1973,11	0	0,0%
	Tarde	1891,38	1925,6	2	1,8%
Sábado	Manhã	2517,54	2468,43	2	-2,0%
Média					0,3%

Fonte: Elaborado pela autora

Tabela 21: Comparação do custo da configuração atual e a solução obtida pelo algoritmo para semana 2

Dia	Período	Custo configuração atual	Custo com 1 CD aberto	Qual CD abre	Diferença Percentual
Segunda	Tarde	3520,28	3463,18	2	0,0%
	Noite	3817,70	3797,32	2	2,4%
Terça	Manhã	3077,42	3077,42	0	0,0%
	Tarde	1459,45	1529,87	2	0,0%
	Noite	2930,50	3008,21	2	1,2%
Quarta	Manhã	2471,51	2471,51	0	0,0%
	Tarde	1624,98	1624,98	0	4,7%
	Noite	2340,47	2340,47	0	-4,4%
Quinta	Manhã	2396,16	2396,16	0	0,0%
	Tarde	1445,48	1445,48	0	-1,3%
	Noite	2017,41	2001,73	2	3,4%
Sexta	Manhã	1973,11	1973,11	0	0,0%
	Tarde	1891,38	1925,6	2	0,5%
Sábado	Manhã	2517,54	2468,43	2	-1,7%
Média					0,3%

Fonte: Elaborado pela autora

A partir dos resultados pode-se observar que em alguns casos o método heurístico tem como melhor solução abrir o CD 2 ao invés do CD 0, que é o atual depósito da *Liv Up*. Porém, caso considerássemos que é possível ter um CD aberto para cada período de entrega, a análise da diferença percentual média em relação à configuração atual permite concluir que implicaria um gasto 0,3% maior. Sendo assim, foi analisado o custo de entregas caso existisse apenas o CD 2 como centro de distribuição candidato. Os resultados observados para as duas semanas são apresentados na Tabela 22.

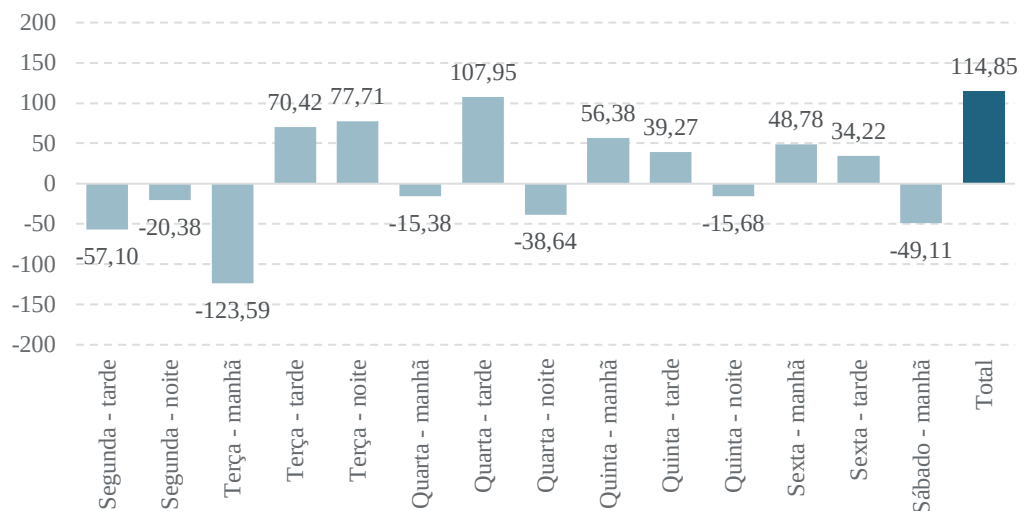
Tabela 22: Comparação do custo da configuração atual e o custo para distribuição a partir do CD 2

Semana 1				Semana 2			
Dia	Período	Custo configuração atual	Custo CD 2 aberto	Dia	Período	Custo configuração atual	Custo CD 2 aberto
Segunda	Tarde	3520,28	3463,18	Segunda	Tarde	2110,19	2138,86
	Noite	3817,70	3797,32		Noite	3537,33	3623,16
Terça	Manhã	3077,42	2953,83	Terça	Manhã	3023,06	3014,92
	Tarde	1459,45	1529,87		Tarde	2073,79	2083,08
	Noite	2930,50	3008,21		Noite	2423,06	2452,99
Quarta	Manhã	2471,51	2456,13	Quarta	Manhã	2165,06	2286,01
	Tarde	1624,98	1732,93		Tarde	1400,39	1465,96
	Noite	2340,47	2301,83		Noite	1870,62	1788,67
Quinta	Manhã	2396,16	2452,54	Quinta	Manhã	2360,3	2510,07
	Tarde	1445,48	1484,75		Tarde	1386,41	1367,94
	Noite	2017,41	2001,73		Noite	1909,54	1974,81
Sexta	Manhã	1973,11	2021,89	Sexta	Manhã	2135,34	2171,68
	Tarde	1891,38	1925,6		Tarde	1549,8	1557,17
Sábado	Manhã	2517,54	2468,43	Sábado	Manhã	2110,16	2074,91
Soma		33483,39	33598,24	Soma		30055,05	30510,23

Fonte: Elaborado pela autora

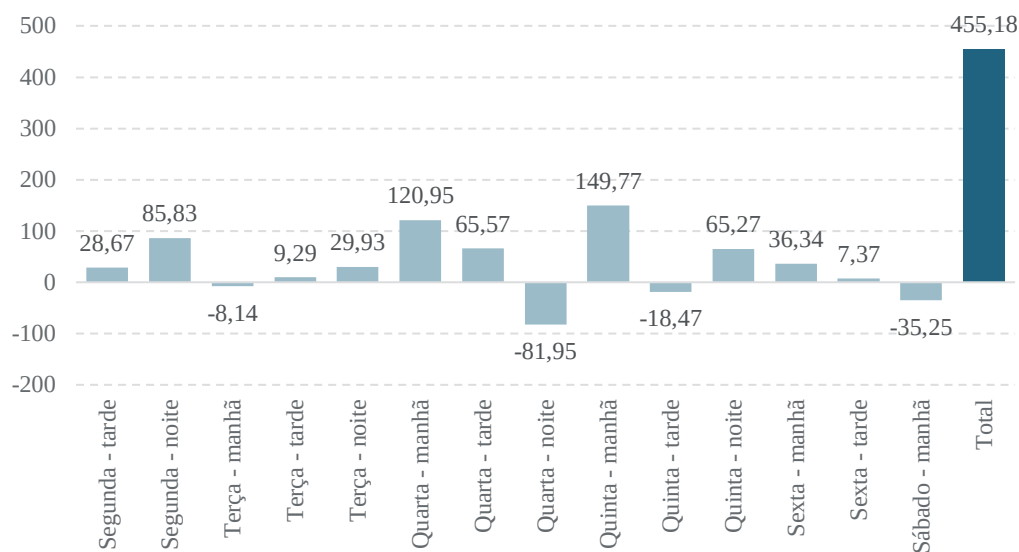
Pode-se observar que se o centro de distribuição atual fosse o 2, na realidade, não seria mais vantajoso para a empresa. No caso da semana 1, a utilização do CD 2, ao invés, do atual, levaria a um gasto de R\$114,85 a mais na semana, conforme o gráfico da Figura 25. O mesmo pode ser observado para a semana 2, o que levaria a um gasto ainda maior de R\$455,18, conforme gráfico da Figura 26.

Figura 25: Gráfico de diferenças entre custos considerando o CD 2, ao invés do atual, para a semana 1



Fonte: Elaborado pela autora

Figura 26: Gráfico de diferenças entre custos considerando o CD 2, ao invés do atual, para a semana 2



Fonte: Elaborado pela autora

Pode-se concluir que, para o cenário onde apenas um ponto é utilizado como centro de distribuição, a configuração atual é a melhor dentre os pontos candidatos analisados.

Já com relação ao cenário com 2 centros de distribuição abertos, os resultados para cada uma das semanas analisadas são apresentados em Tabela 23 e Tabela 24.

Tabela 23: Comparação do custo de um CD aberto e o custo de dois CDs abertos para semana 1

Dia	Período	Custo configuração atual	Custo com 2 CDs aberto	CDs abertos	Diferença Percentual
Segunda	Tarde	3520,28	3632,83	2 e 0	3.2%
	Noite	3817,70	3882,68	2 e 0	1.7%
Terça	Manhã	3077,42	3062,85	2 e 0	-0.5%
	Tarde	1459,45	1648,14	2 e 0	12.9%
	Noite	2930,50	3124,26	2 e 0	6.6%
Quarta	Manhã	2471,51	2580,1	2 e 0	4.4%
	Tarde	1624,98	1775,94	2 e 0	9.3%
	Noite	2340,47	2443,12	2 e 0	4.4%
Quinta	Manhã	2396,16	2550,37	2 e 0	6.4%
	Tarde	1445,48	1578,24	2 e 0	9.2%
	Noite	2017,41	2151,75	2 e 0	6.7%
Sexta	Manhã	1973,11	2155,42	2 e 0	9.2%
	Tarde	1891,38	2030,55	2 e 0	7.4%
Sábado	Manhã	2517,54	2649,87	2 e 0	5.3%
Média					6.2%

Fonte: Elaborado pela autora

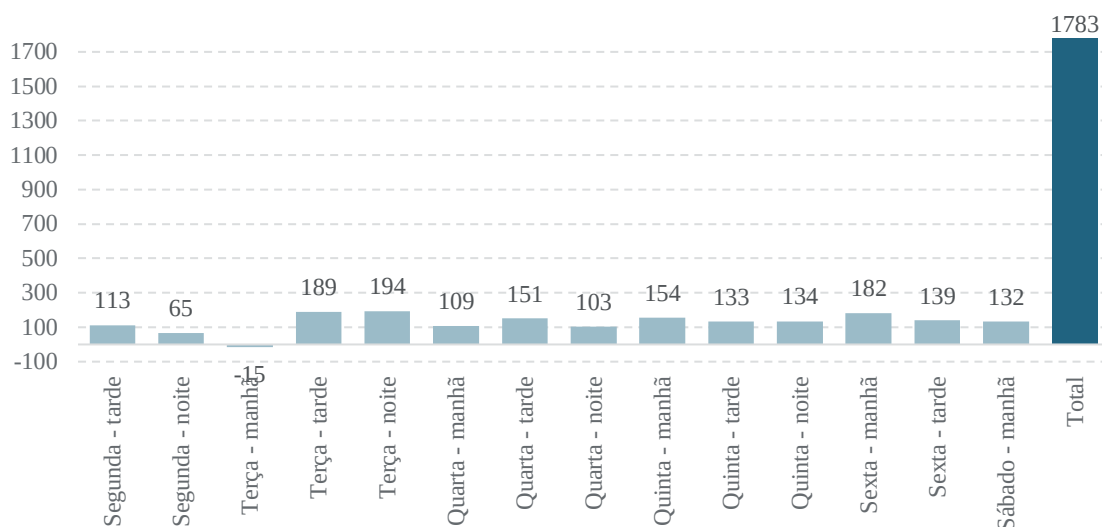
Tabela 24: Comparação do custo de um CD aberto e o custo de dois CDs abertos para semana 2

Dia	Período	Custo configuração atual	Custo com 2 CDs aberto	CDs abertos	Diferença Percentual
Segunda	Tarde	2110,19	2208,67	2 e 0	4.7%
	Noite	3537,33	3763,96	2 e 0	6.4%
Terça	Manhã	3023,06	3117,26	2 e 0	3.1%
	Tarde	2073,79	2211,09	2 e 0	6.6%
	Noite	2423,06	2538,99	2 e 0	4.8%
Quarta	Manhã	2165,06	2385,68	2 e 0	10.2%
	Tarde	1400,39	1534,39	2 e 0	9.6%
	Noite	1870,62	1835,77	2 e 1	-1.9%
Quinta	Manhã	2360,3	2534,48	2 e 0	7.4%
	Tarde	1386,41	1457,71	2 e 0	5.1%
	Noite	1909,54	2038,54	2 e 0	6.8%
Sexta	Manhã	2135,34	2265,25	2 e 0	6.1%
	Tarde	1549,8	1684,91	2 e 0	8.7%
Sábado	Manhã	2110,16	2199,91	2 e 0	4.3%
Média					5,8%

Fonte: Elaborado pela autora

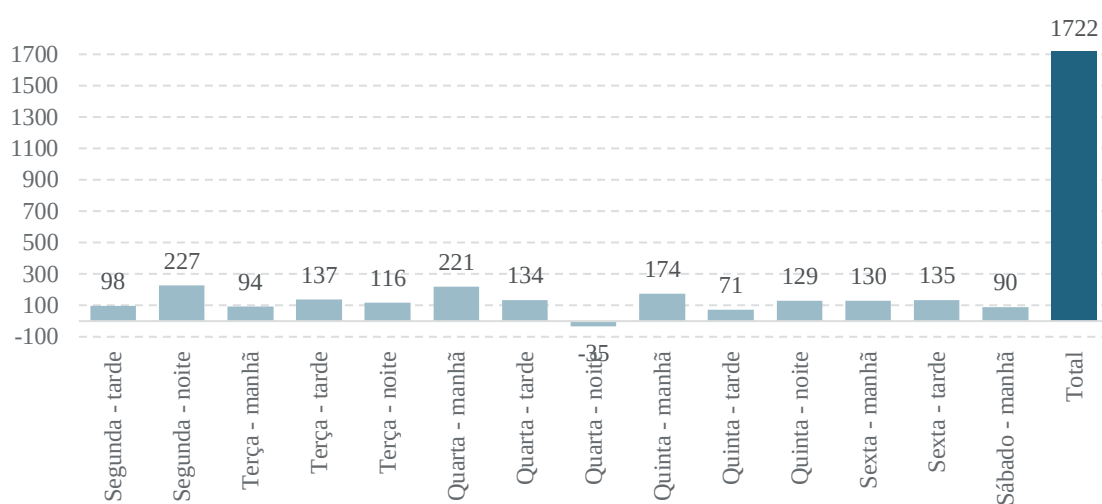
Sendo assim, observa-se que, caso 2 centros de distribuição fossem abertos, em 96% dos casos os CDs abertos seriam o atual depósito da Liv Up e o ponto 2 da Figura 24. Entretanto, observa-se também que em quase todos os casos, exceto no período da manhã da semana 1, é mais caro ter dois CDs abertos ao invés de um. Os gráficos das Figura 27 e Figura 28 apresentam as diferenças entre os custos para cada semana.

Figura 27: Gráfico das diferenças entre custos dos cenários para semana 1



Fonte: Elaborado pela autora

Figura 28: Gráfico das diferenças entre custos dos cenários para semana 2



Fonte: Elaborado pela autora

Conforme observado nos gráficos, o cenário com 2 CDs abertos impactaria um aumento de custo de em média R\$ 1752,15 por semana, totalizando em R\$ 7008,60 por mês a mais nas despesas de entrega. Dessa forma, conclui-se que considerando a demanda que é atendida pela empresa hoje, não é vantajoso ter mais um centro de distribuição na cidade de São Paulo.

9.2. Análises de sensibilidade

Nas análises de sensibilidade realizadas buscou-se avaliar a influência de fatores na solução obtida pela heurística, bem como sua relevância para a empresa em questão. Embora a configuração atual da rede de distribuição da empresa esteja adequada, é importante analisar como alterações nos parâmetros podem modificar solução oferecida pelo método heurístico.

Serão analisados alguns parâmetros que têm maior probabilidade de acontecer em um futuro próximo da empresa:

- Atendimento da demanda reprimida
- Aumento da demanda, visto que a empresa está em um crescimento acelerado;
- Redução dos custos de utilização dos depósitos;

9.2.1. Atendimento da demanda reprimida

Como já foi mencionado a área de entregas da empresa em São Paulo é limitada a algumas regiões, conforme Figura 7. Buscou-se, portanto, analisar, caso a empresa atendesse todos os clientes que tentaram selecionar seu endereço no *site*, qual seria essa influência na solução obtida. Entretanto, não se sabe qual seria a demanda exata nessas regiões, apenas as coordenadas de pontos que não foram atendidos. Sendo assim, foram aproximados ao comportamento da região mais próxima, conforme pode ser observado na Figura 9 apresentada no Capítulo 3.

Os pontos não atendidos localizam-se nas bordas das áreas de entrega. Portanto, localizam-se próximos às zonas onde não há entrega todos os dias. O comportamento do consumo dessas zonas foi descrito na Tabela 25. São apresentadas as regiões com entrega restrita e os dias da semana em que são atendidas e seu número médio de entregas.

Tabela 25: Áreas com entrega restrita e seu comportamento de demanda

	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	Número médio de entregas por período
ABC	x		x		x		3
Barueri		x		x			1
Guarulhos		x		x			1
Osasco		x		x			1
Santana do Parnaíba		x		x			1
Extrema Zona Leste	x			x		x	1

Fonte: Elaborado pela autora

Tendo isso em vista, foram realizados testes para um período de cada dia da semana de forma a simular todas os dias da semana adicionando pontos não atendidos, mas próximos a essas áreas, na mesma quantidade média de entregas dessa região. Por exemplo, na segunda feira foram adicionados 3 pontos não atendidos atualmente, mas próximos ao ABC e 1 próximo à extrema Zona Leste. O mesmo foi realizado para os demais dias da semana. Os resultados obtidos para configuração atual e a solução obtida através da heurística considerando todos os CDs candidatos podem ser observados na Tabela 26.

Tabela 26: Comparação entre configuração atual e a solução da heurística, considerando a demanda reprimida

Dia	Número de entregas	Custo configuração atual	Custo com 1 CD aberto	Qual CD abre	Diferença Percentual
Segunda	214	3652,56	3594,46	2	-1,6%
Terça	97	1601,83	1686,01	2	5,3%
Quarta	96	1712,46	1712,46	0	0,0%
Quinta	86	1616,52	1616,52	0	0,0%
Sexta	105	2046,18	2017,31	2	-1,4%
Sábado	140	2648,98	2553,88	2	-3,6%

Fonte: Elaborado pela autora

A partir dos resultados observa-se novamente que em alguns casos o método heurístico tem como melhor solução abrir o CD 2 ao invés do CD 0. Analogamente ao estudo da situação atual, foi analisado o custo de entregas caso existisse apenas o CD 2 como centro de distribuição e a demanda reprimida fosse atendida, conforme apresentado na Tabela 27.

Tabela 27: Comparação entre configuração atual e configuração com CD 2, considerando a demanda reprimida

Dia	Custo configuração atual	Custo CD 2 aberto	Diferença Absoluta
Segunda	3652,56	3594,46	-58,1
Terça	1601,83	1686,01	84,18
Quarta	1712,46	1811,86	99,4
Quinta	1616,52	1610,36	-6,16
Sexta	2046,18	2017,31	-28,87
Sábado	2648,98	2553,88	-95,1
Total	13278,53	13273,88	-4,65

Fonte: Elaborado pela autora

Conclui-se que haveria uma economia bastante pequena no total considerando 5 períodos de entregas, caso o CD utilizado fosse o 2 ao invés do atual da empresa. E, portanto, ainda que a demanda reprimida fosse atendida pela empresa, a economia de alterar a localização do CD atual para a do CD 2 muito provavelmente não compensaria o investimento.

Analisou-se também o comportamento do cenário com 2 CDs abertos em comparação com a configuração de apenas um centro de distribuição, sendo ele o CD 0. Os resultados da solução para o cenário com 2 depósitos considerando todos os CDs candidatos podem ser observados na Tabela 28, bem como a diferença absoluta em relação à configuração atual.

Tabela 28: Comparação entre cenários, considerando a demanda reprimida

Dia	Custo configuração atual	Custo 2 CDs abertos	CDs abertos	Diferença Absoluta
Segunda	3652,56	3793,88	0 e 2	141.32
Terça	1601,83	1780,88	0 e 2	179.05
Quarta	1712,46	1893,95	0 e 2	181.49
Quinta	1616,52	1716,37	0 e 2	99.85
Sexta	2046,18	2130,15	0 e 2	83.97
Sábado	2648,98	2714,97	0 e 2	65.99
Total	13278,53	14030,2		751.67

Fonte: Elaborado pela autora

A partir dos resultados podemos concluir que não é vantajoso financeiramente para a empresa ter dois centros de distribuição, mesmo que atendesse toda a demanda existente, visto que aumentaria em média R\$125,28 os custos totais de entregas por período. Portanto, com as

análises realizadas nesta seção, ainda que não houvesse demanda reprimida na cidade de São Paulo, a configuração atual da empresa seria a mais vantajosa para o momento da *Liv Up*.

9.2.2. Aumento da demanda

Tendo em vista que a empresa é bastante nova no mercado e por ter o modelo de *start up*, que são empresas que buscam a inovação em um ramo, procurando desenvolver um modelo de negócio escalável e repetível, a *Liv Up* busca atingir um grande número de clientes e, de fato, sua demanda vêm crescendo muito desde a sua fundação. Portanto, o aumento da demanda da empresa vai acontecer ao longo do tempo e pode influenciar muito a decisão de investimento na configuração da rede de distribuição da empresa em São Paulo, que é hoje seu maior mercado.

Buscou-se, então, uma forma de analisar os possíveis impactos de um aumento na demanda total da empresa. Considera-se, porém, que este aumento se dará por um maior número de consumidores, e não devido a um *ticket* médio maior, pois, por se tratar de comida, existe um limite do que as pessoas consomem. Portanto, têm-se como premissa que apenas o número de entregas por período aumentaria, mas não a demanda nesses pontos.

Outro ponto que foi levado em consideração é que, se a demanda crescesse a ponto de abrir um novo centro de distribuição, todas as regiões seriam atendidas independente do dia da semana. E, associado a isso, o número de entregas em cada região de São Paulo cresceria de forma proporcional à demanda que é atendida hoje.

Para isso, utilizou-se um conjunto de possíveis pontos a serem atendidos correspondente a todos os clientes atendidos no período das duas semanas analisadas anteriormente, considerando 28 períodos de entregas (14 por semana). A partir deste conjunto, foi feito um tratamento de dados, a fim de realizar a análise.

Primeiro, segmentou-se todos os pontos pela sua região correspondente. Com base nesta segmentação, atribuiu-se a cada ponto uma nova demanda, correspondente ao *ticket* médio por ponto da região. Por exemplo: a região de Barueri apresentou uma demanda total de R\$8549,58, proveniente de 39 clientes diferentes. Sendo assim, atribuiu-se a cada cliente uma nova demanda de R\$219,22. Dessa maneira, a demanda total de cada área foi preservada.

Em seguida, foi definido um índice que pode variar de 0 a 1, onde 0 significa que nenhum cliente é atendido, 0,5 implica que 50% da base de clientes dos 28 períodos seriam atendidos em um só e assim por diante. Sendo assim, para obter um período de entregas que se tem hoje, o índice é 1 dividido pelo total de períodos, ou seja, $1/28$ ou então 0,035. Para realizar as análises de sensibilidade, varia-se este índice.

Em um cenário inicial, de índice igual a 0, todos os clientes estão “fechados”, sem demanda alguma. Ao variar o índice positivamente, novos clientes “abrem” e passam a criar uma demanda igual ao seu *ticket* médio, de maneira proporcional ao número total de clientes de uma região. Por exemplo, cada vez que o índice ultrapassar um múltiplo de $1/39$ (ou 0,0256), um novo cliente será aberto na região de Barueri, gerando uma demanda adicional de R\$219,22. Sendo assim, se o valor do índice for igual a 0, nenhum cliente de Barueri estará aberto; se for igual a 0,02, também não; se for igual a 0,04, o primeiro cliente irá abrir; e se for igual a 1, todos os 39 clientes estarão abertos. Os clientes de uma região “abrem” de acordo com suas demandas originais: o cliente que apresentava maior demanda original é o primeiro a abrir, e assim sucessivamente.

O número de entregas por região, bem como o *ticket* médio por ponto da região e o fator de inserção por região, que representa a proporção que o índice deve aumentar para que um novo cliente seja atendido na região calculado pelo inverso do número de entregas, seguem na Tabela 29.

Tabela 29: Número de entregas, ticket médio e fator de inserção por região

Área	Número de entregas	Ticket médio por área	Fator de inserção
ABC	101	249,78	0,0099
Barueri	39	219,22	0,0256
Butantã	31	220,83	0,0323
Centro	37	230,12	0,0270
Cidade Monções	149	240,30	0,0067
Freguesia	4	161,65	0,2500
Guarulhos	27	195,06	0,0370
Ipiranga	72	234,95	0,0139
Jabaquara	37	202,91	0,0270
Jaguareé	6	217,72	0,1667
Liberdade	78	252,36	0,0128
Limão e Casa Verde	13	218,01	0,0769
Loggi/2 - Zona 2	636	225,46	0,0016
Loggi/3 - Barra Funda	57	225,07	0,0175
Loggi/3 - Bela Vista	108	230,02	0,0093
Loggi/3 - Butantã	26	232,71	0,0385
Loggi/3 - Butantã Cidade Universitária	1	321,60	1,0000
Loggi/3 - Cidade Jardim	12	305,75	0,0833
Loggi/3 - Higienópolis	162	214,78	0,0062
Loggi/3 - Itaim Bibi	185	230,44	0,0054
Loggi/3 - Jardim Paulista	151	220,19	0,0066
Loggi/3 - Lapa	39	231,15	0,0256
Loggi/3 - Paraíso	51	251,69	0,0196
Loggi/3 - Perdizes	155	221,15	0,0065
Loggi/3 - Vila Nova Conceição	104	235,51	0,0096
Loggi/3 - Vila Olimpia	171	215,91	0,0058
Morumbi	81	214,80	0,0123
Osasco	27	214,15	0,0370
Santana do Parnaíba	11	260,18	0,0909
Santo Amaro	181	240,30	0,0055
Vila Andrade	96	230,59	0,0104
Vila Leopoldina	53	189,25	0,0189
Vila Mariana	478	237,09	0,0021
Zona Extrema Leste	49	209,52	0,0204
Zona Leste	161	220,38	0,0062
Zona Norte	96	212,04	0,0104
Zona Oeste	13	303,04	0,0769
Zona Sul	58	225,43	0,0172

Fonte: Elaborado pela autora

Os resultados das simulações para determinados valores do índice podem ser observados na Tabela 30.

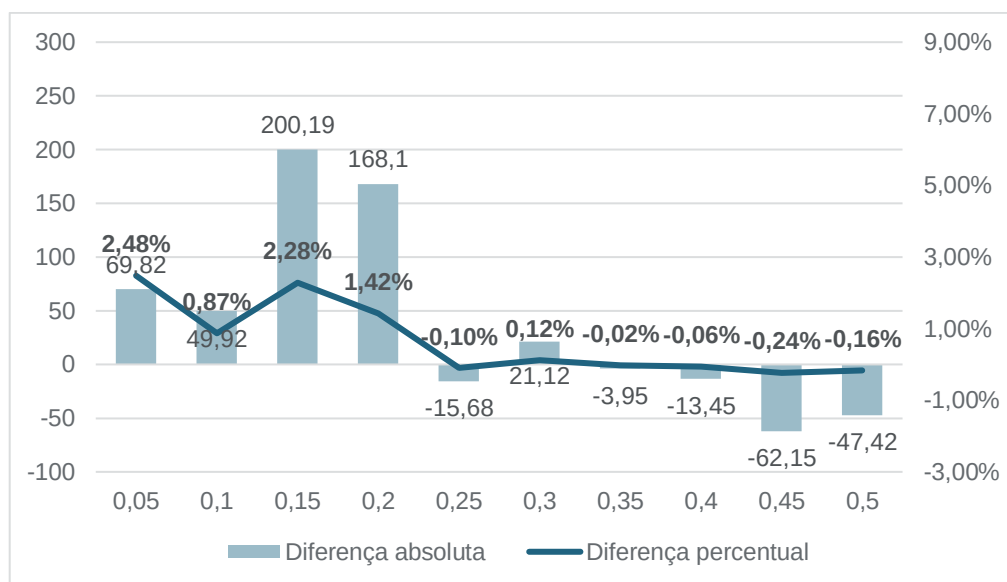
Tabela 30: Resultados das simulações de crescimento de demanda

Índice	Total entregas	Demanda total (R\$)	Custo atual	Custo 1 CD aberto	CD aberto	Custo 2 CDs abertos	CDs abertos	Custo 3 CDs abertos	CDs abertos
0,05	168	38.275	2816,86	2886,68	2	2940,5	2 e 0	3081,07	2, 0 e 1
0,10	358	81.683	5721,89	5771,81	2	5825,92	2 e 0	5930,94	2, 0 e 1
0,15	543	123.759	8785,53	8985,72	2	8963,76	2 e 0	9006,98	2, 0 e 1
0,20	736	167.848	11871,65	12039,75	2	12034,64	2 e 0	11957,25	2, 0 e 1
0,25	925	210.942	14936,73	14921,05	2	15047,74	2 e 0	15000,99	2, 0 e 1
0,30	1109	252.840	17730,38	17751,5	2	17794,16	2 e 0	17487,42	2, 0 e 1
0,35	1295	295.320	20606,2	20602,25	2	20566,87	2 e 0	20410,04	2, 0 e 1
0,40	1485	338.648	23657,03	23643,58	2	23492,56	2 e 0	23197,14	2, 0 e 1
0,45	1670	380.814	26303,54	26241,39	2	26148,29	2 e 0	25781,78	2, 0 e 1
0,50	1866	425.514	29276,44	29229,02	2	29245,4	2 e 0	28800,96	2, 0 e 1

Fonte: Elaborado pela autora

A partir dos resultados observa-se que o método heurístico determina em todos os casos para o cenário de apenas um CD a abertura do CD 2, ao invés do CD atual da Liv Up. Entretanto, as diferenças de custos são muito pouco significativas, conforme o gráfico da Figura 29 abaixo, sendo uma diferença percentual média de 0,66%.

Figura 29: Diferenças entre configuração atual e configuração com o CD2, considerando o aumento da demanda

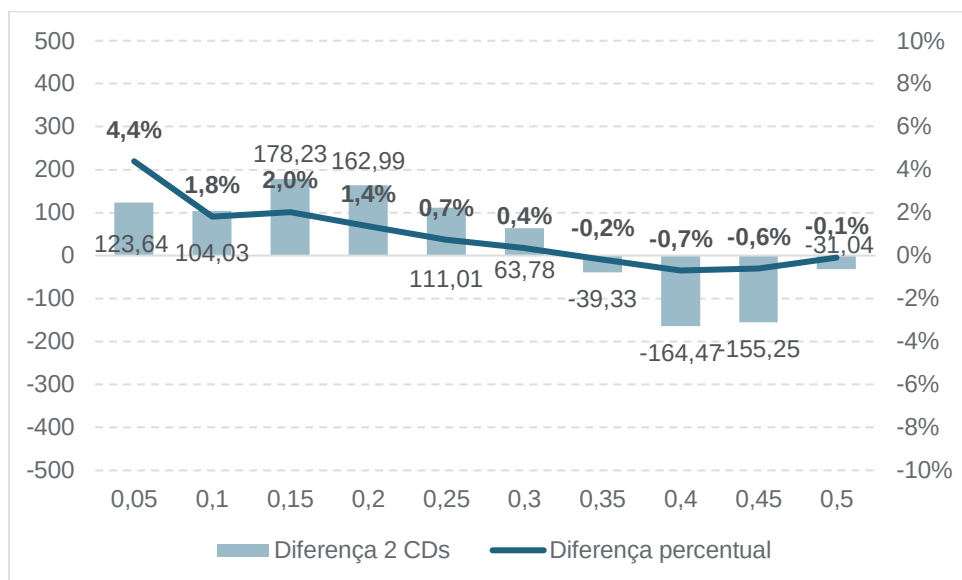


Fonte: Elaborado pela autora

Pode-se concluir que os CDs 0 e 2 são ambos bastante centrais e, caso a demanda crescesse e a empresa entregasse em todas as áreas todos os dias, tornar-se-ia menos relevante a decisão entre um dos dois depósitos como CD único para distribuição dos pedidos.

A mesma análise pode ser observada para comparação entre os cenários com 1 (CD 0) e 2 (CDs 0 e 2) depósitos utilizados, conforme o gráfico da Figura 30.

Figura 30: Diferenças entre configuração atual e configuração com dois CDs, considerando o aumento da demanda



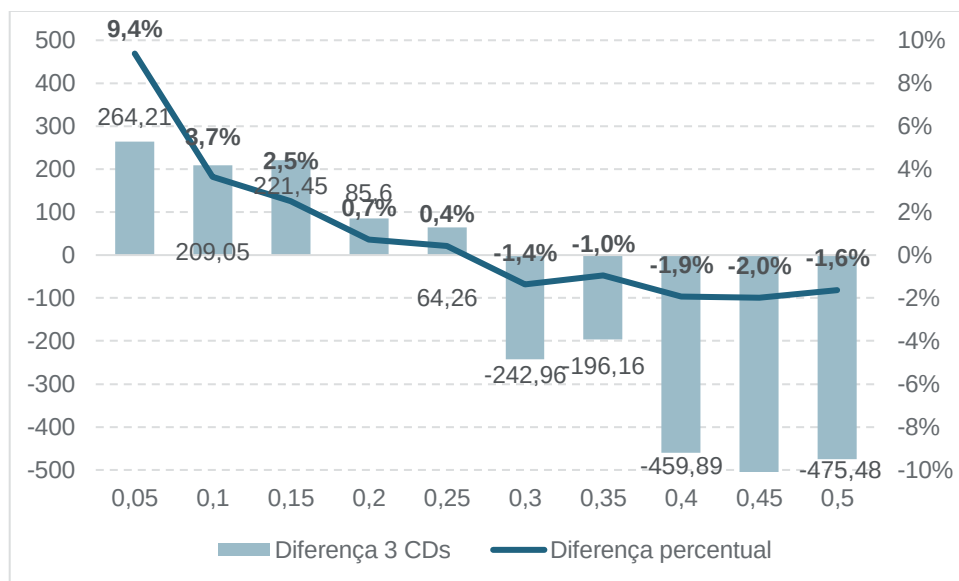
Fonte: Elaborado pela autora

Conforme o índice aumenta, ou seja, mais pontos de demandas são inseridos como clientes, abrir os dois centros de distribuição (0 e 2) nem sempre é sinônimo aumentar também a economia. Por exemplo, com índice 0,35, realizando 1295 entregas, já há uma economia de R\$ 39,33 no período de entrega, que, caso se mantivesse no mês, levaria a uma redução de R\$ 2202,48 no custo de entregas. Porém, o mesmo não acontece para o índice de 0,5, onde com 1866 entregas a redução do custo é ainda menor, sendo de R\$ 31,04 no período.

Sendo assim, conclui-se que, dependendo da localização dos clientes inseridos, implicam diferenças nas soluções encontradas, visto que a diferença de centralidade entre os pontos é muito pequena. Além disso, a diferença de custo com os dois CDs em funcionamento em relação à configuração de apenas um é muito pequena. Ou seja, mesmo que a demanda cresça significativamente, a economia nos gastos seria percentualmente muito pequena.

Já considerando o cenário com 3 depósitos abertos, o aumento da demanda mostra influenciar bastante a redução dos custos em relação a apenas um CD, conforme o gráfico da Figura 31.

Figura 31: Diferenças entre configuração atual e configuração com três CDs, considerando o aumento da demanda



Fonte: Elaborado pela autora

Portanto, para todos os casos em que o índice é maior que 0,3, ou seja, mais que aproximadamente 1100 entregas no período, a rede de distribuição com 3 centros de distribuição, sendo eles os CDs 0, 1 e 2 da Figura 24 passa a ser a melhor alternativa para a empresa.

Caso a demanda seja a do índice 0,3, haveria uma economia de R\$ 242,96 por período de entrega, que implicaria em R\$ 3401,44 a menos por semana. Considerando que um ano possui 52 semanas, tem-se uma diferença de fluxo de caixa de R\$ 176.874,88 no ano.

Tendo em vista esses dados, foi utilizado como análise de viabilidade econômica o método de Valor Presente Líquido (VPL), que consiste em trazer o valor na data presente, usando como taxa de desconto o custo de capital da empresa ou projeto, soma-se todos os fluxos de caixa do investimento ao valor do investimento inicial.

Considerando que a demanda da empresa se mantenha estável com índice 0,3 e como taxa de retorno o valor de 20%, tem-se a seguinte análise para os próximos 5 anos:

Tabela 31: Análise de VPL para economia obtida com o crescimento da demanda

Ano	0	1	2	3	4	5
Fator de desconto	1	1,2	1,44	1,728	2,0736	2,48832
Fluxo de caixa	-	176.874,88	176.874,88	176.874,88	176.874,88	176.874,88
Valor presente	-	147.395,73	122.829,78	102.358,15	85.298,46	71.082,05

Fonte: Elaborado pela autora

Somando todos os valores presentes tem-se R\$ 528.964,16. Ou seja, se a empresa precisasse investir até esse valor para abrir os dois novos centros de distribuição, visto que um deles já está em funcionamento, ainda valeria a pena o investimento.

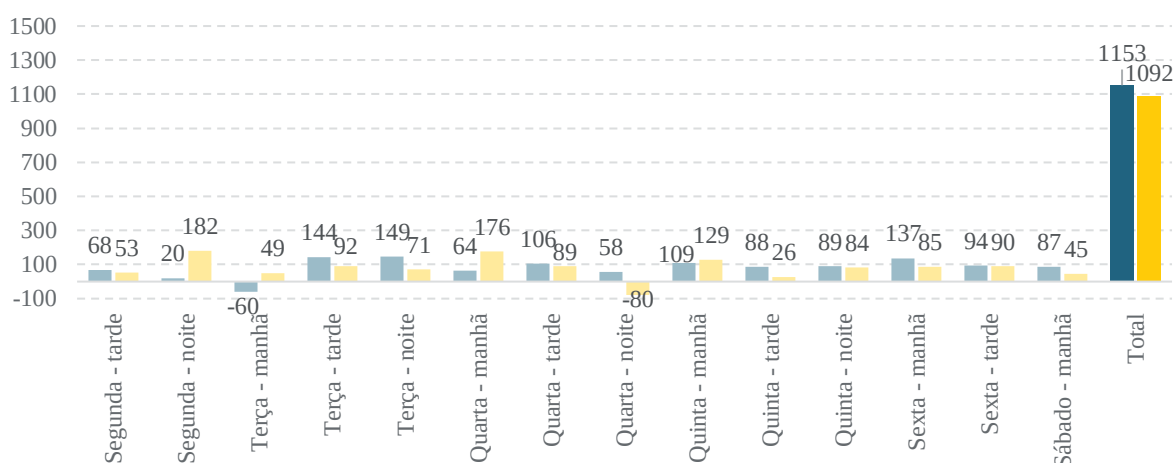
9.2.3. Redução do custo de utilização

Os custos de utilização dos depósitos no problema estudado são representados pelos custos fixos e variáveis do depósito como aluguel, caso não seja imóvel próprio, mão de obra, consumo de energia, manutenções e etc.

Estes têm influência na obtenção dos custos da solução, porém não interferem na formação dos roteiros, uma vez que o custo de utilização só é considerado no final do método de acordo com o número de CDs abertos. Portanto, reduzir o custo de utilização em x , significa reduzir o custo do cenário com um CD aberto em x , o custo do cenário com dois CDs em $2x$, com três depósitos em $3x$ e assim por diante. Ou seja, a diferença entre os custos dos cenários também vai reduzir o valor de x .

No gráfico da Figura 32 é possível observar que com a demanda atual atendida pela Liv Up, mesmo com uma redução de 50% do custo de utilização, ou seja, passando para R\$ 45,00, a conclusão se mantém a mesma, visto que em média essa diferença era de R\$ 125,15 quando o custo de utilização considerado foi de R\$ 90,00. Tanto para a semana 1 em azul, quanto para semana 2, em amarelo, o aumento nos custos de entregas seria em média R\$ 1122,15 por semana.

Figura 32: Gráfico das diferenças entre custos dos cenários para as duas semanas analisadas, considerando redução de 50% no custo de utilização

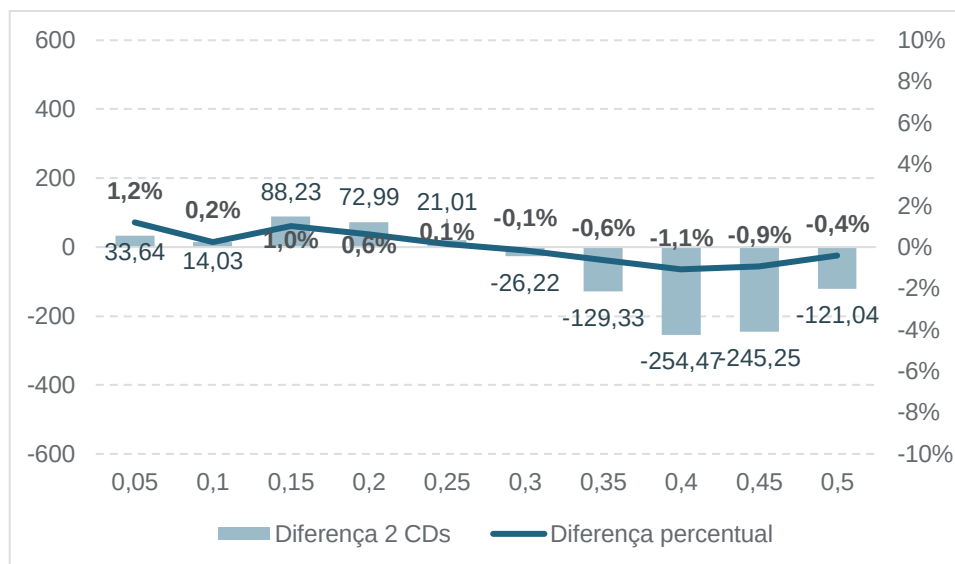


Fonte: Elaborado pela autora

Da mesma forma, quando fazemos a análise de aumento de demanda, porém considerando um custo de utilização menor a diferença entre o cenário com dois CDs para o cenário atual

reduz o mesmo valor da redução desse custo. Por exemplo, conforme o gráfico da Figura 33, caso haja uma redução de 50% do custo de utilização a diferença entre os cenários com um e dois depósitos também reduzirá em R\$ 45,00.

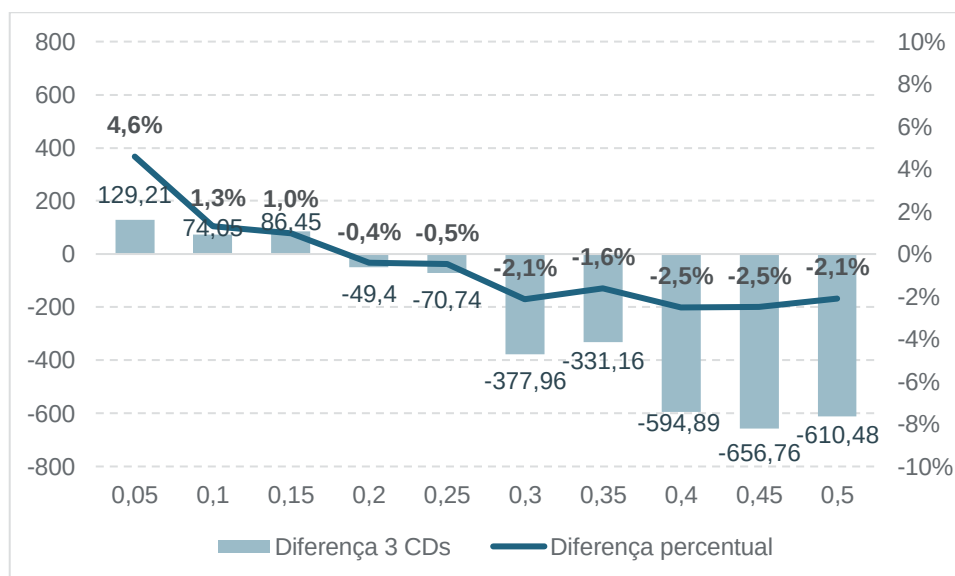
Figura 33: Diferenças entre cenários 1 e 2, considerando o aumento da demanda e redução de 50% no custo de utilização



Fonte: Elaborado pela autora

O mesmo pode ser observado no gráfico da Figura 34 quando se compara o cenário com 3 CDs abertos com a configuração atual, porém com uma redução de R\$ 90,00, visto que são dois CDs abertos a mais.

Figura 34: Diferenças entre cenários 1 e 3, considerando o aumento da demanda e redução de 50% no custo de utilização



Fonte: Elaborado pela autora

É possível observar que em muitos casos passa a ser mais vantajoso ter dois CDs abertos, sendo eles o atual e o CD 2, ou até mesmo três depósitos, sendo o terceiro deles o CD 1. Tendo isso em vista, foi realizada uma análise do VPL em 5 anos de acordo com a redução dos gastos com as entregas, conforme Tabela 32 com o qual é possível avaliar o investimento que pode ser realizado e ainda trazer benefícios financeiros para a empresa.

Tabela 32: Análise de VPL em 5 anos de acordo com a redução de custos por período

Redução de custo por período	VPL em 5 anos
50,00	108.858,28
75,00	163.287,42
100,00	217.716,56
125,00	272.145,70
150,00	326.574,85
175,00	381.003,99
200,00	435.433,13
225,00	489.862,27
250,00	544.291,41
275,00	598.720,55
300,00	653.149,69
325,00	707.578,83
350,00	762.007,97
375,00	816.437,11
400,00	870.866,26
425,00	925.295,40
450,00	979.724,54
475,00	1.034.153,68
500,00	1.088.582,82

Fonte: Elaborado pela autora

Portanto, uma pequena economia nos gastos por período, podem representar um benefício significativo, visto que são realizadas inúmeras entregas ao longo do ano.

10. CONCLUSÃO

Este trabalho buscou analisar a configuração atual da rede de distribuição de uma *startup*, a *Liv Up*, na cidade de São Paulo. Através de técnicas de pesquisa operacional, foi realizada a formulação matemática do problema de localização de centros de distribuição e de roteirização adequada às características específicas da empresa, como a forma de precificação dos custos de transporte ou a necessidade de retorno do veículo ao CD, quando solicitado pelo cliente o pagamento na entrega.

Primeiramente, desenvolveu-se um modelo de programação linear inteira mista, adaptado à empresa, com implementação no *software* CPLEX. Porém, devido ao elevado número de variáveis e restrições, tratando-se de um problema *NP-hard*, só foi possível gerar a solução ótima para no máximo uma combinação de 15 clientes com 3 CDs candidatos. Dessa forma, foi necessário desenvolver um método de resolução aproximado através de uma heurística construtiva, que é capaz de gerar soluções de boa qualidade e em um curto período de tempo de processamento.

A partir de uma revisão da literatura, o método heurístico foi desenvolvido com uma abordagem de resolução sequencial. Primeiro, decide-se quais centros de distribuição utilizar, então, quantos e quais clientes alocar a cada depósito. Tendo isso concluído, realiza-se a roteirização.

Para as duas primeiras decisões da heurística, ou seja, a de ordenação dos CDs segundo a localização e de alocação dos clientes, utilizou-se como referência o algoritmo desenvolvido por Moshref-Javadi e Lee (2016). Então, para decisão de roteirização adaptou-se a heurística de inserção de Solomon (1987). Por fim, o método considera todos os cenários possíveis de abertura de depósitos.

A implementação do método heurístico foi realizada no *software* Python. Na sequência foram realizados testes em versões reduzidas para possibilitar a comparação com a resolução exata e avaliar a eficácia do algoritmo, obtendo variações próximas a 10%.

Por fim, o algoritmo desenvolvido permitiu a resolução do problema apresentado em suas dimensões reais, permitindo chegar à conclusão de que a rede de distribuição atual da empresa é adequada para a demanda que é de fato atendida.

Além disso, foram realizadas análises de sensibilidade possibilitando reafirmar e até mesmo encontrar novas soluções quando consideradas mudanças na demanda atendida e nos custos de utilização dos centros de distribuição. A primeira análise foi em relação ao nível de serviço, em que foi testada a alteração na configuração da rede de distribuição, caso não houvesse mais

demanda reprimida, evidenciando que o CD atual ainda seria adequado. Testou-se também a influência do crescimento da demanda na solução obtida, podendo concluir que o aumento das entregas pode tornar uma configuração com 2 ou até 3 CDs mais vantajosa para a empresa. E, por fim, a redução do custo de utilização também pode influenciar a solução gerada pelo algoritmo viabilizando a abertura de mais um CD, sem a necessidade de ter um grande aumento da demanda.

O trabalho, portanto, desenvolveu uma metodologia de otimização da distribuição dos pedidos da empresa com uma ferramenta que pode ser fundamental no auxílio da tomada de decisão de novos investimentos. A utilização da heurística desenvolvida pode ser feita até mesmo para decisão de começar a atender novas cidades e como organizar suas operações, uma vez que hoje só há entrega em 3 capitais do país e que é uma empresa que tem como objetivo a escalabilidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRIL. O que é uma startup? **Exame**, 2016. Disponível em: <<https://exame.abril.com.br/pme/o-que-e-uma-startup/>>. Acesso em: 2 Outubro 2018.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia**. 1ª. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007. 542 p.
- BALINSKI, M. Integer programming: Methods, uses, computation. **Management Science**, 1965. 253-313.
- BALLOU, R. H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos/ Logística empresarial**. 5ª. ed. São Paulo: Artmed S.A, 2006.
- CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. **Operations Research**, 1964. 568-581.
- DASKIN, M. S. **Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications**. 1ª. ed. [S.l.]: Wiley, 1995.
- FISHER, M. L.; JAIKUMAR, R. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. **Networks**, 1981. 109-124.
- FOUNDATION, P. S. Python Success Stories. **Python**. Disponível em: <<https://www.python.org/about/success/#business>>. Acesso em: 02 novembro 2018.
- GHIANI, G.; LAPORTE, G.; MUSMANNO, R. **Introduction to Logistics Systems planning and control**. [S.l.]: Wiley, 2004.
- GIORDANO, C. M. **Resolução de um problema de localização e roteirização de veículos na indústria de transformação de vidro**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 69-79. 2016.
- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e Programação linear**. 2. ed. [S.l.]: Elsevier, 2005.
- HAKIMI, S. L. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. **Operations Research**, 1964. 450–459.
- KOÇ, Ç. et al. The fleet size and mix location-routing problem with time windows: Formulations and a heuristic algorithm. **European Journal of Operational Research**, 2016. 33–51.
- LIVUP. Dúvidas frequentes. **Liv Up**, 2016. Disponível em: <<https://ajuda.livup.com.br/hc/pt-br>>. Acesso em: Agosto 25 2018.
- MARCELLINO, F. F. C. **Roteirização de entregas para uma startup do setor de alimentação saudável**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 51-69. 2017.
- MARSHALL L. FISHER, R. J. A Generalized Assignment Heuristics for Vehicle Routing. **Networks**, 1981. 109-124.

MELO, M. T.; NICKEL, S.; SALDANHA-DA-GAMA, F. Facility location and supply chain management – A review. **European Journal of Operational Research**, 196, 2009. 401–412.

MERCADO de alimentação sem conservantes cresce no Brasil. **Portal do franchising**, 2018. Disponível em: <<https://www.portaldofranchising.com.br/noticias/alimentacao-saudavel/>>. Acesso em: 25 Agosto 2018.

MIN, H.; JAYARAMAN, V.; SRIVASTAVA, R. Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions. **European Journal of Operational Research**, 1998. 1-15.

MOSHREF-JAVADI, M.; LEE, S. The Latency Location-Routing Problem. **European Journal of Operational Research**, 2016. 604–619.

NACIONAL, S. Segmento de alimentação saudável apresenta oportunidades de negócio. **Sebrae**. Disponível em: <<http://www.sebrae.com.br/sites/PortalSebrae/artigos/segmento-de-alimentacao-saudavel-apresenta-oportunidades-de-negocio,f48da82a39bbe410VgnVCM1000003b74010aRCRD>>. Acesso em: 25 Agosto 2018.

NAGY, G.; SALHI, S. Location-routing: Issues, models and methods. **European Journal of Operational Research**, 2007. 649–672.

PRATES, W. R. Engenharia econômica: payback, valor presente líquido (VPL) e taxa interna de retorno (TIR). **WR Prates.com**, 2017. Disponível em: <https://www.wrprates.com/engenharia-economica-payback-valor-presente-liquido-vpl-e-taxa-interna-de-retorno-tir/#Metodo_3_Valor_Presente_Liquido_VPL>. Acesso em: 2 Outubro 2018.

REVELLE, C. S.; EISELT, H. A. Location analysis: A synthesis and survey. **European Journal of Operational Research**, 2005. 1-19.

SAÚDE, C. D. Mercado de alimentos naturais continua a crescer no Brasil. **globo.com**, 2018. Disponível em: <<https://g1.globo.com/sc/santa-catarina/especial-publicitario/cia-da-saude/noticia/mercado-de-alimentos-naturais-continua-a-crescer-no-brasil.ghtml>>. Acesso em: 25 Agosto 2018.

SOLOMON, M. M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. **Operations Research**, Mar - Apr 1987. 254-265.

SRIVASTAVA, R.; BENTON, W. C. The Location-Routing Problem: Considerations in physical distribution system design. **Computers and Operations Research**, 1990. 427-435.

ZANAKIS, S. H.; EVANS, J. R.; VAZACOPOULOS, A. A. **Heuristic methods and applications**: A categorized survey. 43. ed. [S.l.]: European Journal of Operational Research, 1989.

APÊNDICE A – MODELAGEM DO PROBLEMA EM CPLEX OPL

```

/*****
* OPL 12.8.0.0 Model
* Author: Giovanna
* Creation Date: 03/06/2018 at 17:49:35
*****/
/* parâmetros*/
int v=...; /* número de veículos*/
int n=...; /* número de pontos*/
int w=...; /* número de centros de distribuição, considerando 0 o CD já existente
*/
int q=700; /*capacidade veículo*/

range veiculos=1..v;
range clientes0=0..n;
range clientes=3..n; /*range clientes2 exclui os CDs (cliente=0, 1)*/
range clientes2=3..n+1;
range clientes3=0..n+1;
range clientes4=1..n+1;
range CD = 0..w;
range CD0 = 1..8; /* define os roteiros ligados a cada centro de distribuição*/
range CD1 = 9..16;
range CD2 = 17..24;

float demanda[clientes0]=...;
float custo1[clientes3][clientes3]=...;
float custo2[clientes3][clientes3]=...;
float custo3[clientes3][clientes3]=...;
float tempo[clientes3][clientes3]=...;
float inicio[clientes3]=...; /* vetor com o instante mínimo que o veículo deve
chegar no nó */
float fim[clientes3]=...; /* vetor com o instante máximo que o veículo deve chegar
no nó */
int p[clientes0]=...; /*vetor binário que vale 1 se o cliente precisa de máquina
de cartão e 0, caso contrário */
float CU=90;
int CC=4;

/*variáveis de decisão*/
dvar boolean x[veiculos][clientes3][clientes3]; /* variável de decisão binária que
vale 1 se o trajeto i-j é efetuado pelo veículo k e 0, caso contrário*/
dvar boolean V[veiculos]; /* variável binária: 1 se o roteiro existe e 0, caso
contrário*/
dvar boolean r[veiculos]; /* variável binária: vale 1 se o veículo transportar
máquina e 0, caso contrário */
//dvar float s[veiculos][clientes0]; /* variável real que representa o instante em
que um veículo chega no cliente */
dvar float s[clientes3];
dvar boolean z[CD]; /* variável binária: vale 1 se o CD existe e 0, caso
contrário*/

/* Função objetivo*/
dexpr float Custo_Transporte1 = sum(v in CD0, i in clientes0, j in
clientes2)custo1[i][j]*x[v][i][j];
dexpr float Custo_Transporte2 = sum(v in CD1, i in clientes0, j in
clientes2)custo2[i][j]*x[v][i][j];
dexpr float Custo_Transporte3 = sum(v in CD2, i in clientes0, j in
clientes2)custo3[i][j]*x[v][i][j];

```

```

dexpr float Custo_Utilizacao = CU*z[0]+CU*z[1]+CU*z[2];
dexpr float Custo_Coleta = CC*sum(v in veiculos)V[v];
minimize Custo_Transporte1 + Custo_Transporte2 + Custo_Transporte3 +
Custo_Utilizacao + Custo_Coleta;

/*Restrições*/
subject to{
/* restrição 2: estabelece se o roteiro Vv existe ou não (1 ou 0)*/
forall(v in veiculos) 10000*V[v]>= sum(i in clientes0, j in clientes2)x[v][i][j];

/*restrição 3: Garante que a capacidade de cada veículo (roteiro) não será
excedida.*/
forall(v in veiculos) sum(i in clientes)demanda[i]* sum(j in
clientes0)x[v][j][i]<= q;

/*restrição 4 Garante a conservação dos fluxos de entrada e saída dos nós */
forall(p in clientes3, v in veiculos)
sum(i in clientes3)x[v][i][p] - sum(j in clientes3)x[v][p][j] == 0;

/* restrição 5: estabelece que se uma rota existe, ela deve partir do seu
respectivo CD */
forall(v in CD0) sum(j in clientes2)x[v][0][j] - V[v] == 0;
forall(v in CD1) sum(j in clientes2)x[v][1][j] - V[v] == 0;
forall(v in CD2) sum(j in clientes2)x[v][2][j] - V[v] == 0;

/*restrições 6 e 7 Janela de tempo*/
s[0]==0;
s[1]==0;
s[2]==0;
forall (a in clientes2) s[a] >= inicio[a];
forall (a in clientes2) s[a] <= fim[a];
forall (a in clientes3, b in clientes4) s[a] + tempo[a][b] + 0.1 <= s[b] + (1-
sum(c in CD0)x[c][a][b])*100;
forall (a in clientes3, b in clientes2) s[a] + tempo[a][b] + 0.1 <= s[b] + (1-
sum(c in CD1)x[c][a][b])*100;
forall (a in clientes3) s[a] + tempo[a][0] + 0.1 <= s[0] + (1- sum(c in
CD1)x[c][a][0])*100;
forall (a in clientes3) s[a] + tempo[a][2] + 0.1 <= s[2] + (1- sum(c in
CD1)x[c][a][2])*100;
forall (a in clientes3, b in clientes2) s[a] + tempo[a][b] + 0.1 <= s[b] + (1-
sum(c in CD2)x[c][a][b])*100;
forall (a in clientes3) s[a] + tempo[a][0] + 0.1 <= s[0] + (1- sum(c in
CD2)x[c][a][0])*100;
forall (a in clientes3) s[a] + tempo[a][1] + 0.1 <= s[1] + (1- sum(c in
CD2)x[c][a][1])*100;

/*restrição 8: Garante que cada cliente é visitado uma vez pelos roteiros (não
pode haver repetições dentro de um mesmo roteiro)*/
forall(i in clientes)
sum(v in veiculos, j in clientes3)x[v][i][j] == 1;

/*restrição9: estabelece a relação de existência entre os roteiros e os centros de
distribuição.*/
1000*z[0] >= sum(i in CD0)V[i];
1000*z[1] >= sum(i in CD1)V[i];
1000*z[2] >= sum(i in CD2)V[i];

/* restrição 10: se pelo menos um cliente solicitar a máquina de cartão, a mesma
será enviada */

```



```

forall (c in veiculos) r[c] <= sum(a in clientes0) p[a]*sum(b in clientes3)
x[c][a][b];

/* restrição 11: restringe o valor de rotas com transporte de máquina de cartão a
1 */
forall (c in veiculos) r[c] >= (sum(a in clientes0) p[a]*sum(b in clientes3)
x[c][a][b])/n;

/* restrição 12: se um veículo retorna para o depósito, o nó final não poderá ser
o 0 */
forall (a in clientes, c in CD0) x[c][a][0] <= 1 - r[c];
forall (a in clientes, c in CD1) x[c][a][1] <= 1 - r[c];
forall (a in clientes, c in CD2) x[c][a][2] <= 1 - r[c];
//forall (c in CD0) sum(a in clientes)x[c][a][n+1] == r[c];
//forall (c in CD0) x[c][n+1][0] == r[c];
//forall (c in CD1) x[c][n+1][1] == r[c];
forall (c in veiculos, i in clientes2) x[c][n+1][i] == 0;

}

```


APÊNDICE B – MODELAGEM DA HEURÍSTICA

```

1. def main ():
2.     'Programa principal'
3.
4.     lista_CDs_candidatos = [[-23.56677,-46.6993]]
5.
6.     clientes = input("Digite o nome do arquivo com dados dos clientes: ")
7.     file = open(clientes)
8.     lista_clientes=[]
9.
10.    for i in file:
11.        linha = i.split(",")
12.        for j in range (len(linha)):
13.            linha [j] = float (linha[j])
14.            lista_clientes.append(linha)
15.    file.close()
16.
17.    num_clientes = len(lista_clientes)
18.
19.    lista_CDs_cand_ord,indice_ordem = centralidade (lista_CDs_candidatos, lista_clientes)
20.    print(lista_CDs_cand_ord)
21.    print(indice_ordem)
22.
23.    alpha=1
24.    melhor_custo,melhor_cenario=analise_cenarios(alpha,lista_CDs_candidatos,lista_CDs_cand_ord,lista_clientes)
25.
26. def analise_cenarios(alpha,lista_CDs_candidatos,lista_CDs_cand_ord,lista_clientes):
27.     num_CDs_abertos=1
28.     W=len(lista_CDs_candidatos)
29.     lista_custo_cenario=[]
30.
31.     while num_CDs_abertos <= W:
32.         matriz_dist = cria_matrizes_dist(lista_CDs_cand_ord, num_CDs_abertos, lista_clientes)
33.         matriz_tempo = cria_matrizes_tempo(lista_CDs_cand_ord, num_CDs_abertos, lista_clientes)
34.         matrizes_custo =cria_matrizes_custo (matriz_dist, num_CDs_abertos)
35.
36.         matriz_clientes_alocados2 = aloca_clientes (lista_CDs_cand_ord, num_CDs_abertos,lista_clientes, matriz_dist)
37.         matriz_rotas = roteirizar(alpha,matriz_clientes_alocados2,lista_clientes,num_CDs_abertos,matrizes_custo,matriz_tempo)
38.         custo_cenario = 0
39.         for i in matriz_rotas:
40.             custo = custo_rota(i, matrizes_custo)
41.             custo_cenario = custo_cenario + custo + 4
42.             custo_cenario = custo_cenario + 90*num_CDs_abertos
43.             print(custo_cenario)
44.             lista_custo_cenario.append(custo_cenario)
45.             num_CDs_abertos = num_CDs_abertos +1
46.
47.         print(lista_custo_cenario)
48.         melhor_custo = min(lista_custo_cenario)
49.         melhor_cenario = lista_custo_cenario.index(min(lista_custo_cenario))
50.         print(melhor_custo)
51.         print(melhor_cenario)
52.         return melhor_custo,melhor_cenario
53.
54. def cria_matrizes_custo (matriz_dist, num_CDs_abertos):

```

```

55.     'Cria lista com as matrizes de custo para cada CD'
56.
57.     matriz_zona=[]
58.     'Verifica em qual zona cada cliente está para cada CD'
59.     cont = 0
60.     while cont < num_CDs_abertos:
61.         matriz_zona.append (matriz_dist[cont].copy())
62.         cont = cont + 1
63.     cont2 = 0
64.     while cont2 < len(matriz_zona):
65.         cont3 = 0
66.         while cont3 < len(matriz_zona[cont2]):
67.
68.             if matriz_zona[cont2][cont3]/1.23 <= 2:
69.                 matriz_zona[cont2][cont3] = 1
70.
71.             elif matriz_zona[cont2][cont3]/1.23 <= 4:
72.                 matriz_zona[cont2][cont3] = 2
73.             else:
74.                 matriz_zona[cont2][cont3] = 3
75.                 cont3 = cont3 + 1
76.         cont2 = cont2 + 1
77.
78.     matrizes_custo = []
79.     'Cria a matriz custo para cada CD de acordo com a zona em que o cliente está'
80.     cont4 = 0
81.     cont4_1 = 0
82.     while cont4_1 < num_CDs_abertos:
83.         matriz = []
84.         for i in matriz_dist:
85.             matriz.append(i.copy())
86.         matrizes_custo.append(matriz.copy())
87.         cont4_1 = cont4_1 + 1
88.
89.     while cont4 < num_CDs_abertos:
90.         cont5 = 0
91.         while cont5 < len(matrizes_custo[cont4]):
92.             cont6 = 0
93.             while cont6 < len(matrizes_custo[cont4][cont5]):
94.
95.                 if matrizes_custo[cont4] [cont5][cont6] != 0:
96.                     if cont6 < num_CDs_abertos:
97.                         if matriz_zona [cont4][cont5] == 1 or matriz_zona [cont4][co
nt5] == 2:
98.                             matrizes_custo[cont4] [cont5][cont6] = 7.90
99.                         else:
100.                             matrizes_custo[cont4] [cont5][cont6] = 18.90
101.
102.
103.                     elif matriz_zona [cont4][cont6] == 1:
104.                         matrizes_custo[cont4] [cont5][cont6] = 10.90
105.
106.                     elif matriz_zona [cont4][cont6]== 2:
107.                         matrizes_custo[cont4] [cont5][cont6] = 14.90
108.
109.
110.                     elif matriz_zona [cont4][cont6]== 3:
111.                         matrizes_custo[cont4] [cont5][cont6] = round(matrizes
_custo[cont4][cont5][cont6]*2.15 + 4,2)
112.
113.                         cont6 = cont6 + 1
114.                     cont5 = cont5 + 1
115.
116.                 cont4 = cont4 + 1
117.
118.     return matrizes_custo

```

```

119.
120.
121.     def cria_matrizes_dist (lista_CDs_candidatos, num_CDs_abertos, lista_clientes
):
122.         'Cria matriz distância e matriz tempo'
123.         lista_pontos = []
124.         matriz_dist = []
125.         cont = 0
126.         while cont < num_CDs_abertos:
127.             lista_pontos.append(lista_CDs_candidatos[cont])
128.             cont = cont + 1
129.
130.         lista_coord_clientes = coord_clientes (lista_clientes)
131.
132.         lista_pontos = lista_pontos + lista_coord_clientes
133.
134.         lin = 0
135.         while lin < len (lista_pontos):
136.             linha_dist = []
137.             col = 0
138.             while col < len (lista_pontos):
139.                 dist = 1.23*111.13*((lista_pontos[lin][0]-
lista_pontos[col][0])**2+(lista_pontos[lin][1]-lista_pontos[col][1])**2)**0.5
140.                 dist = round(dist,2)
141.
142.                 linha_dist.append(dist)
143.                 col = col + 1
144.
145.             matriz_dist.append(linha_dist)
146.             lin = lin + 1
147.
148.         return matriz_dist
149.
150.     def centralidade (lista_CDs_candidatos, lista_clientes):
151.         'Calcula centralidade para todos os CDs'
152.
153.         lista_coef_cent = coef_centralidade (lista_clientes, lista_CDs_candidatos
)
154.
155.         lista_CDs_cand_ord = lista_CDs_candidatos.copy()
156.
157.         cont = 0
158.         indice_ordem=[]
159.         while cont < len(lista_CDs_cand_ord):
160.             ind_CD = lista_coef_cent.index(max(lista_coef_cent))
161.             indice_ordem.append(ind_CD)
162.             lista_CDs_cand_ord[cont] = lista_CDs_candidatos[ind_CD].copy()
163.             lista_coef_cent[ind_CD] = 0
164.             cont = cont + 1
165.
166.         return lista_CDs_cand_ord,indice_ordem
167.
168.     def aloca_clientes (lista_CDs_cand_ord, num_CDs_abertos,lista_clientes, matri
z_dist):
169.         lista_alocar = lista_CDs_cand_ord [0:num_CDs_abertos]
170.         lista_coef_cent_abertos = coef_centralidade (lista_clientes, lista_alocar
)
171.         'Calcula número de clientes alocados em cada CD aberto'
172.         soma_coef=0
173.         for i in lista_coef_cent_abertos:
174.             soma_coef = soma_coef+i
175.
176.         lista_num_clientes_CDs = []
177.         cont0=0
178.         while cont0< len(lista_coef_cent_abertos)-1:
179.             num_clientes_alocados=0

```

```

180.         num_clientes_alocados=round((lista_coef_cent_abertos[cont0]/soma_coef
181.     )*(len(lista_clientes)),0)
182.         lista_num_clientes_CDs.append(num_clientes_alocados)
183.         cont0=cont0+1
184.         soma_num=0
185.         for i in lista_num_clientes_CDs:
186.             soma_num=soma_num+i
187.         ult_num=len(lista_clientes)-soma_num
188.         lista_num_clientes_CDs.append(ult_num)
189.         cont = 0
190.         matriz_dist_clientes = []
191.         matriz_clientes_ord = []
192.         while cont < num_CDs_abertos:
193.             cont1=0
194.             matriz_dist_clientes.append (matriz_dist[cont][num_CDs_abertos:])
195.             cont = cont + 1
196.         cont2 = 0
197.         ' matriz com listas dos indices correspondentes à ordem crescente para ca
da CD'
198.         while cont2 < len(matriz_dist_clientes):
199.             cont3 = 0
200.             lista_dist_ord_CDx = []
201.             while cont3 < len(matriz_dist_clientes[cont2]):
202.                 ind_min = matriz_dist_clientes[cont2].index(min(matriz_dist_clientes[cont2]))
203.                 lista_dist_ord_CDx.append(ind_min)
204.                 ' lista dos indices correspondentes à ordem crescente'
205.                 matriz_dist_clientes[cont2][ind_min] = 1000
206.                 cont3 = cont3 + 1
207.             matriz_clientes_ord.append(lista_dist_ord_CDx.copy())
208.             cont2 = cont2 + 1
209.             printamatriz (matriz_clientes_ord)
210.
211.         'matriz com listas dos clientes alocados a cada CD'
212.         cont4_1 = 1
213.         matriz_clientes_alocados2 = []
214.         matriz_clientes_alocados2.append(matriz_clientes_ord[0][0:int(lista_num_clientes_CDs[0])])
215.         clientes_ja_alocados = matriz_clientes_alocados2[0].copy()
216.
217.         while cont4_1 < len(matriz_clientes_ord):
218.             linha = matriz_clientes_ord[cont4_1].copy()
219.             for i in clientes_ja_alocados:
220.                 if i in linha:
221.                     linha.remove(i)
222.             matriz_clientes_alocados2.append(linha[0:int(lista_num_clientes_CDs[cont4_1])])
223.             clientes_ja_alocados = clientes_ja_alocados + linha[0:int(lista_num_clientes_CDs[cont4_1])]
224.             cont4_1=cont4_1+1
225.
226.         cont = 0
227.         while cont < len(matriz_clientes_alocados2):
228.             cont2=0
229.             while cont2 < len(matriz_clientes_alocados2[cont]):
230.                 matriz_clientes_alocados2[cont][cont2]=matriz_clientes_alocados2[cont][cont2]+num_CDs_abertos
231.                 cont2=cont2+1
232.             cont=cont+1
233.             printamatriz(matriz_clientes_alocados2)
234.             return matriz_clientes_alocados2
235.
236.         def roteirizar(alpha,matriz_clientes_alocados2,lista_clientes,num_CDs_abertos,matrizes_custo,matriz_tempo):
237.             cont=0

```



```

356.                cri1=linha_clientes_factiveis2.index(i)
357.                c2 = criterio2 (rota,i,c1s_cada_cliente[cri1][0],matrizes
    _custo,deve_retornar)
358.                if c2 > max_c2:
359.                    max_c2 = c2
360.                    cliente = i
361.                    posicao = c1s_cada_cliente[cri1][1]
362.                if max_c2 == -0.0001:
363.                    nova_rota = True
364.
365.                if nova_rota==False:
366.                    rota.insert(posicao,cliente)
367.
368.                'Atualizar instantes da rota'
369.                return nova_rota,cliente,rota
370.
371.            def custo_rota(rota,matrizes_custo):
372.                custo = 0
373.                cont = 0
374.                CD_ref = rota[0]
375.                while cont < len(rota)-1:
376.                    custo = custo + matrizes_custo[CD_ref][rota[cont]][rota[cont+1]]
377.                    cont = cont + 1
378.                return custo
379.
380.            def tempo_rota(rota,matriz_tempo):
381.                tempo = 0
382.                cont = 0
383.                while cont < len(rota)-1:
384.                    tempo = tempo + matriz_tempo[rota[cont]][rota[cont+1]]
385.                    cont = cont + 1
386.                return tempo
387.
388.            def criterio1 (alpha, rota, p , cliente, retorno, lista_clientes,num_CDs_aber
    tos, matrizes_custo, matriz_tempo):
389.                'p é a posição de inserção (index)'
390.                'cliente é o número na matriz custo e distância'
391.                CD_ref = int(rota[0])
392.                if p < len(rota):
393.                    u = int(rota[p-1])
394.                    j = int(rota[p])
395.                else:
396.                    u = int(rota[p-1])
397.                    j = cliente
398.                c11 = 0
399.                c12 = 0
400.                c1 = 0
401.                rota_possivel=[]
402.                cont=0
403.                tempo = 0
404.                rota_possivel = rota[0:p].copy()
405.                rota_possivel.append(cliente)
406.                rota_possivel = rota_possivel + rota[p:].copy()
407.                ult = int(len (rota_possivel) -1)
408.                instantes_chegada = [0]
409.                cont2=0
410.                while cont < len(rota_possivel)-1:
411.                    tempo = tempo + matriz_tempo[rota_possivel[cont]][rota_possivel[cont+
    1]]
412.                    instantes_chegada.append(tempo)
413.                    cont = cont + 1
414.                infactivel = False
415.                deve_retornar=False
416.
417.                for i in instantes_chegada:
418.                    if i > 3:

```

```

419.             infactivel = True
420.         if infactivel == True:
421.             c11=10000
422.         elif p < len(rota):
423.             if retorno == 0 and lista_clientes[cliente-
num_CDs_abertos][3] == 1:
424.                 c11 = matrizes_custo[CD_ref][u][cliente] + matrizes_custo[CD_ref]
[cliente][j]- matrizes_custo[CD_ref][u][j]
425.                 c11 = c11 + matrizes_custo[CD_ref][ult][CD_ref]
426.                 deve_retornar = True
427.             else:
428.                 c11 = matrizes_custo[CD_ref][u][cliente] + matrizes_custo[CD_ref]
[cliente][j]- matrizes_custo[CD_ref][u][j]
429.             else:
430.                 if retorno == 0 and lista_clientes[cliente-
num_CDs_abertos][3] == 1:
431.                     c11 = matrizes_custo[CD_ref][u][cliente] + matrizes_custo[CD_ref]
[j][CD_ref]
432.                     deve_retornar = True
433.                 else:
434.                     c11 = matrizes_custo[CD_ref][u][cliente] + matrizes_custo[CD_ref]
[j][CD_ref]- matrizes_custo[CD_ref][u][CD_ref]
435.                     tempo2 = 0
436.                     cont3 = 0
437.                     if p < len(rota):
438.                         while cont3 < p:
439.                             tempo2 = tempo2 + matriz_tempo[rota[cont3]][rota[cont3+1]]
440.                             cont3 = cont3 + 1
441.                             c12 = intantes_chegada[p+1] - tempo2
442.                             c1=alpha*c11+ (1-alpha)*c12
443.                         else:
444.                             c1= alpha*c11
445.                     return c1,infactivel,rota_possivel,deve_retornar
446.
447.         def criterio2 (rota,cliente,c1,matrizes_custo,deve_retornar):
448.             c2=0
449.             CD_ref=rota[0]
450.             ult = len (rota)-1
451.             if deve_retornar == True:
452.                 c2 = matrizes_custo[CD_ref][CD_ref][cliente]+ matrizes_custo[CD_ref][
ult][CD_ref] - c1
453.             else:
454.                 c2 = matrizes_custo[CD_ref][CD_ref][cliente] - c1
455.             return c2
456.
457.         def printamatriz(matriz):
458.             'Aux: Imprimir matriz'
459.             for i in matriz:
460.                 print (i)
461.                 print ("----")
462.
463.         def coord_clientes (lista_clientes):
464.             'A partir dos dados do clientes, forma lista apenas com as coordenadas do
s clientes'
465.             lista_coord_clientes2 = []
466.             for i in lista_clientes:
467.                 cliente = []
468.                 cliente.append(i[0])
469.                 cliente.append(i[1])
470.                 lista_coord_clientes2.append(cliente)
471.             return lista_coord_clientes2
472.
473.         def coef_centralidade (lista_clientes, lista_CDs_candidatos):
474.             ' Função para calcular centralidade de CDs'
475.             matriz_dist2 = []
476.

```

```

477.         lista_coord_clientes2 = coord_clientes(lista_clientes)
478.
479.         lin = 0
480.         while lin < len (lista_CDs_candidatos):
481.             linha_dist2 = []
482.             col = 0
483.             while col < len (lista_coord_clientes2):
484.                 dist = 1.23*111.13*((lista_CDs_candidatos[lin][0]-
lista_coord_clientes2[col][0])**2+(lista_CDs_candidatos[lin][1]-
lista_coord_clientes2[col][1])**2)**0.5
485.                 linha_dist2.append(dist)
486.                 col = col + 1
487.
488.                 matriz_dist2.append(linha_dist2)
489.                 lin = lin + 1
490.             matriz_custo=[]
491.             custo=[]
492.             cont1=0
493.             while cont1< len(matriz_dist2):
494.                 linha=[]
495.                 linha=matriz_dist2[cont1].copy()
496.                 custo.append(linha.copy())
497.                 cont1=cont1+1
498.             cont=0
499.             while cont< len(custo):
500.                 cont2=0
501.                 while cont2<len(custo[cont]):
502.                     if custo[cont][cont2]<=2:
503.                         custo[cont][cont2]=10.90
504.                     elif custo[cont][cont2]>2 and custo[cont][cont2]<=4:
505.                         custo[cont][cont2]=14.90
506.                     else:
507.                         custo[cont][cont2]=round(custo[cont][cont2]*2.15+4,2)
508.                         cont2=cont2+1
509.                 cont=cont+1
510.                 matriz_custo=custo.copy()
511.             print(matriz_custo)
512.
513.             lista_coef_cent = []
514.             for i in matriz_custo:
515.                 soma_coef = 0
516.                 for j in i:
517.                     soma_coef = soma_coef + (1/(1+j))
518.                 lista_coef_cent.append(soma_coef)
519.             return lista_coef_cent
520.
521. def cria_matrizes_tempo (lista_CDs_candidatos, num_CDs_abertos, lista_cliente
s):
522.     'Cria matriz tempo'
523.     lista_pontos = []
524.     matriz_tempo = []
525.
526.     cont = 0
527.     while cont < num_CDs_abertos:
528.         lista_pontos.append(lista_CDs_candidatos[cont])
529.         cont = cont + 1
530.
531.     lista_coord_clientes = coord_clientes (lista_clientes)
532.     lista_pontos = lista_pontos + lista_coord_clientes
533.     lin = 0
534.     while lin < len (lista_pontos):
535.         linha_tempo = []
536.         col = 0
537.         while col < len (lista_pontos):
538.             dist = 1.23*111.13*((lista_pontos[lin][0]-
lista_pontos[col][0])**2+(lista_pontos[lin][1]-lista_pontos[col][1])**2)**0.5

```

```
539.             tempo = dist/25
540.             tempo = round(tempo,2)
541.             linha_tempo.append(tempo)
542.             col = col + 1
543.             matriz_tempo.append(linha_tempo)
544.             lin = lin + 1
545.
546.         return matriz_tempo
547.     main()
```